Ma 14/42 St_Online-Ergänzung

Dreiecke mit Parabel- und Sinussegmenten

Wolfgang Göbels

Online-Ergänzung

Tabellarische Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse

Für die **Parabelsegmente** gilt:
– unabhängig von der Grundseite und der Höhe des gleichschenkligen Dreiecks ABC:

1. Der Scheitel des einbeschriebenen Parabelsegments n-ter Ordnung teilt die Dreieckshöhe im Verhältnis $(n-1):1$.	**2.** Die Flächenmaßzahl des einbeschriebenen Parabelsegments n-ter Ordnung ist $\frac{2}{n+1}$ mal so groß wie die des Dreiecks ABC.
3. Die Flächenmaßzahl des umbeschriebenen Parabelsegments n-ter Ordnung ist $\frac{2n}{n+1}$ mal so groß wie die des Dreiecks ABC.	**4.** Die Flächenmaßzahl des umbeschriebenen Parabelsegments n-ter Ordnung ist n-mal so groß wie die des einbeschriebenen Parabelsegments n-ter Ordnung.

– unabhängig von der Grundseite und der Höhe des gleichschenkligen Dreiecks ABC sowie von der Parabelordnung n:

5. Die Flächenmaßzahl des Dreiecks ABC ist gleich dem arithmetischen Mittel der Flächenmaßzahlen des in- und umbeschriebenen Parabelsegments n-ter Ordnung: $A_D = \frac{A_I + A_U}{2}$

Für die **Sinussegmente** gilt unabhängig von der Höhe des gleichschenkligen Dreiecks ABC mit der Grundseitenlänge π:

6. Der Scheitel des einbeschriebenen Sinussegments teilt die Höhe h des Dreiecks ABC im Verhältnis $(\pi-2):2$.	**7.** Die Flächenmaßzahl des einbeschriebenen Sinussegments ist $\frac{8}{\pi^2}$ mal so groß wie die des Dreiecks ABC.
8. Die Flächenmaßzahl des umbeschriebenen Sinussegments ist $\frac{4}{\pi}$ mal so groß wie die des Dreiecks ABC.	**9.** Die Flächenmaßzahl des umbeschriebenen Sinussegments ist $\frac{\pi}{2}$ mal so groß wie die des einbeschriebenen Sinussegments

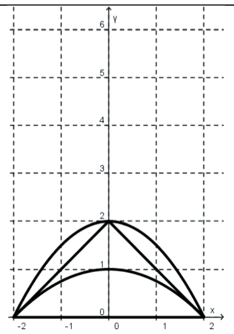
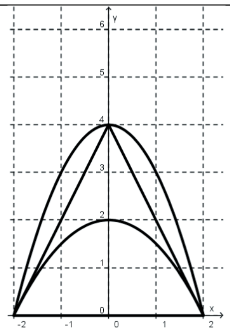
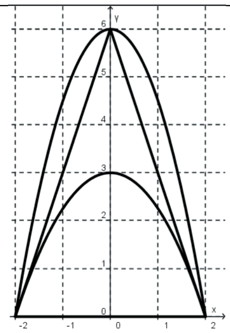
Exemplarische Veranschaulichungen

Die nachfolgenden Darstellungen sollen verdeutlichen, in welchem Verhältnis jeweils der Parabel-, bzw. Sinusscheitel die Dreieckshöhe teilt (Teilungsverhältnis) und in welchem Verhältnis jeweils die einbeschriebene Figur, das Dreieck und die umbeschriebene Figur zueinander stehen (Flächenverhältnis).

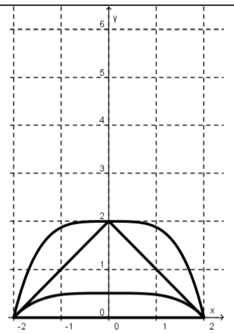
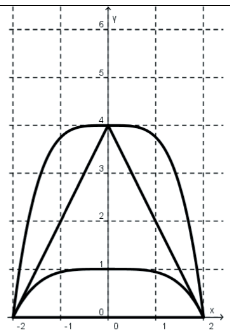
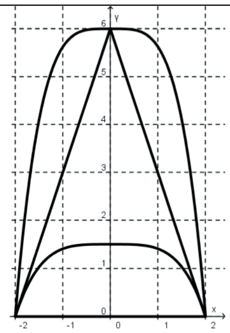
 MNU 68/6 (15.11.2015), ISSN 0025-5866, © Verlag Klaus Seeberger, Neuss

Für die Parabelsegmente werden für (n|h) die Kombinationen (2|2), (2|4), (2|6), (4|2), (4|4) und (4|6) und für die Sinussegmente die Dreieckshöhen 2, 4 und 6 betrachtet.
Die Beispiele bestätigen die schon allgemein nachgewiesene Tatsache, dass sämtliche Verhältnisse von der Dreieckshöhe h unabhängig sind.

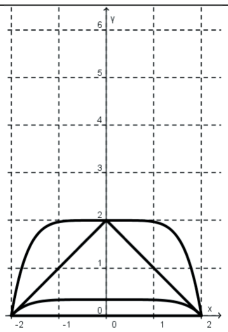
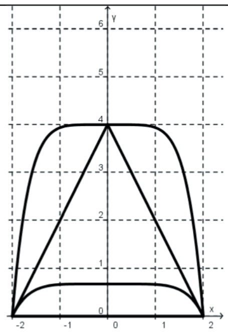
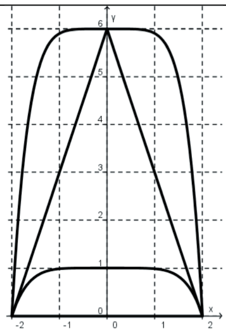
Gleichung des einbeschriebenen Parabelsegments: $f(x) = -\frac{h}{32}x^2 + \frac{h}{2}$	Teilungsverhältnis 1 : 1
Gleichung des umbeschriebenen Parabelsegments: $g(x) = -\frac{h}{16}x^2 + h$	Flächenverhältnis 1 : 1,5 : 2

 h = 2	 h = 4	 h = 6

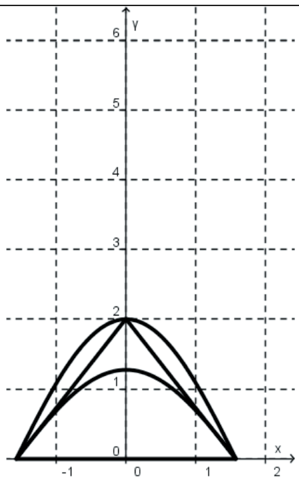
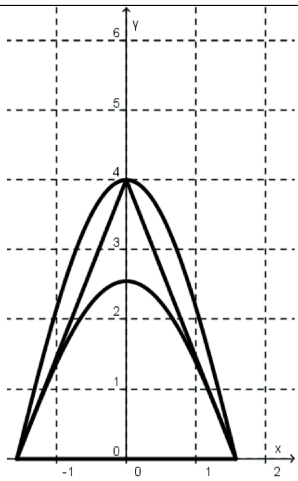
Gleichung des einbeschriebenen Parabelsegments: $f(x) = -\frac{h}{1024}x^4 + \frac{h}{4}$	Teilungsverhältnis 3 : 1
Gleichung des umbeschriebenen Parabelsegments: $g(x) = -\frac{h}{256}x^4 + h$	Flächenverhältnis 1 : 2,5 : 4

 h = 2	 h = 4	 h = 6

Gleichung des einbeschriebenen Parabelsegments: $f(x) = -\frac{h}{24540}x^6 + \frac{h}{6}$	Teilungsverhältnis 5 : 1
Gleichung des umbeschriebenen Parabelsegments: $g(x) = -\frac{h}{4090}x^6 + h$	Flächenverhältnis 1 : 3,5 : 6

 h = 2	 h = 4	 h = 6

Gleichung des einbeschriebenen Sinussegments: $f_{\cos}(x)=\frac{2h}{\pi}\cdot\cos(x)$	Teilungsverhältnis $(\pi-2):2\approx 1{,}14:2$
Gleichung des umbeschriebenen Sinussegments: $g_{\cos}(x)=h\cdot\cos(x)$	Flächenverhältnis $2:(0{,}5\pi)^2:\pi\approx 2:2{,}47:3{,}14$

 h = 2	 h = 4	 h = 6

MNU 68/6 (15.11.2015), ISSN 0025-5866, © Verlag Klaus Seeberger, Neuss