

Kreisfläche annähern mit einem Rechteck

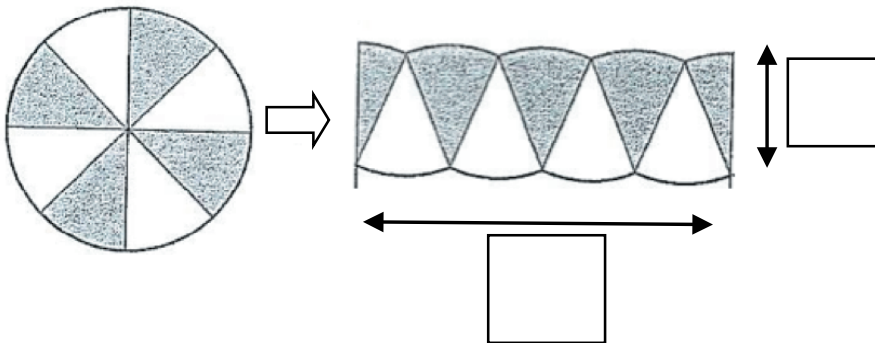
ULI BRAUNER

Online-Ergänzung

ULI BRAUNER



Kreisfläche annähern mit einem Rechteck



a) BESCHREIBEN:

Beschreibe das Bild.

Du kannst als Hilfe die auf der Tafel stehenden Wörter und Satzteile benutzen.

Sicher hilft dir auch, wenn du dir klar machst, wie die beiden Kästen in der Zeichnung beschriftet werden können.

b) DENKEN:

- *Erinnere Dich, wie man den Umfang des Kreises berechnet.*
- *Wie kannst du damit und den Bildern den Flächeninhalt des Kreises bestimmen?*

Du kannst folgende Wörter/Satzteile als Hilfe benutzen:

- *der Kreisabschnitt*
- *neu anordnen/neu zusammensetzen*
- *fast ein Rechteck*
- *die Länge des Rechtecks*
(Breite des Rechtecks) beträgt ..., weil ...

- *Die Formel für den Flächeninhalt des Rechtecks lautet wenn man ..., dann ...*
- *setzt man für die Länge ... und für die Breite ... ein, ergibt sich ...*
- *Allerdings ... nur fast ein Rechteck. Wenn man die Anzahl der Kreisabschnitte ...*

c) SCHREIBEN:

- *Schreibe nun eine Formel auf, mit der man den Flächeninhalt eines Kreises berechnen kann.*
- *Begründe schriftlich mit Hilfe der Zeichnung, warum diese Formel gilt.*

d) GEGENSEITIG KONTROLLIEREN:

Vergleicht eure Formeln und Begründungstexte:

- *Was überzeugt euch schon?*
- *Welchen Ratschlag könnt ihr geben, damit die Begründung noch genauer wird?*

Uli Brauner, dcu-brauner@gelsen.net



LÖSUNG:

a) Links ist ein Kreis gezeichnet, der in acht Kreisausschnitte eingeteilt ist, die abwechselnd grau und weiß gefärbt sind. Rechts daneben sind die Kreisausschnitte neu angeordnet: Die neue Anordnung bildet fast ein Rechteck. Die Länge dieses Rechtecks beträgt dabei dem halben Umfang des Kreises, weil sie jeweils aus der Hälfte der Kreisbögen besteht. Die Breite des Rechtecks entspricht dem Radius des Kreises. Das erkennt man daran, dass am rechten und linken Rand des Rechtecks ein Kreisausschnitt entlang des Radius halbiert wurde.

c) Die Formel für den Flächeninhalt des Rechtecks lautet: $A = a \cdot b$.

Setzt man für die Länge den halben Umfang und für die Breite den Radius ein, ergibt sich hieraus: $A = \frac{u}{2} \cdot r$ oder: $A = \pi \cdot r^2$

Allerdings ist das Gebilde nur fast ein Rechteck. Wenn man die Anzahl der Kreisausschnitte erhöht, also den Kreis in 16, 50 oder 100 Kreisausschnitte teilt, gibt es immer mehr dafür aber immer kleiner Bögen bei der langen Rechteckseite. Die Abweichung von einem Rechteck wird dann immer kleiner. Wenn man einen Kreis in „unendlich viele“ Kreisausschnitte zerlegt und diese Kreisausschnitte so neu anordnet, dass daraus ein Rechteck entsteht, kann man zur Berechnung der Kreisfläche die Formel zur Berechnung der Rechteckfläche benutzen. Dabei setzt man für die Länge den halben Umfang und für die Breite den Radius des Kreises ein.

Kommentierte Dokumente von Lernenden zur Aufgabe: Kreisfläche annähern mit einem Rechteck

Uli Brauner im MNU-Heft 201

Die folgenden Schülerlösungen stammen aus verschiedenen Kursen einer Ruhrgebiets-Gesamtschule. Zum Zeitpunkt des Einsatzes des AB kannten die SuS die Kreisflächenformel bereits.

Philipp nutzt die angebotenen sprachlichen Hilfen nicht. Seine Beschreibung nutzt konsequent seine alltagssprachlichen Begriffe: „Ball“, „Kette“.

Auf dem Bild auf der rechten Seite sieht man einen Ball der in 8. tel Stücke gefeilt wurde. Auf dem Bild sieht man außerdem zwei Quadrate mit unterschiedlich großen Linien. Der Ball wird zu einer art Kette gefeilt.

| |
|--|
| Hilfe benutzen: |
| <ul style="list-style-type: none"> • der Kreisausschnitt • neu anordnen / neu zusammensetzen • fast ein Rechteck • Länge des Rechtecks (Breite des Rechtecks) beträgt ... , weil ... |

Eva nutzt nur einen Teil der Hilfen: „zusammengesetzt“ und „fast wie ein Rechteck“ kommen in ihrem Text vor; statt des angebotenen Fachbegriffs „Kreisausschnitt“ verwendet sie das Wort „dreiecke“. Ihre Beschreibung geht im letzten Teil „der 4. der wurde in der halfte getrennt und an den Seiten gelegt, so dass fast wie das Rechteck aussieht“ über die angebotenen Hilfen hinaus.

die beiden Kästen in der Zeichnung beschriftet werden können.

In dem Kreis sind 4 helle und 4 dunkle dreiecke immer abwechselnd. Dann wurde der Kreis auseinander gemacht und die 4 hellen ^{seiten unten} zusammengesetzt. Die dunklen 3 kamen direkt drüber drauf, außer der 4. der wurde in der halfte getrennt und an den seiten gelegt, so dass fast wie ein Rechteck aussieht.

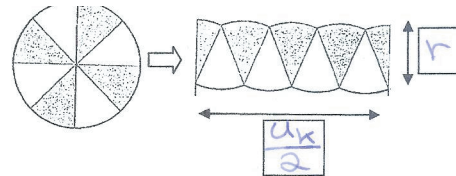
| |
|--|
| Du kannst folgende Wörter / Satzteile als Hilfe benutzen: |
| <ul style="list-style-type: none"> • der Kreisausschnitt • neu anordnen / neu zusammensetzen • fast ein Rechteck • Länge des Rechtecks (Breite des Rechtecks) beträgt ... , weil ... |

b) DENKEN:

- *Erinnere Dich, wie man den Umfang des Kreises berechnet. $u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$*

Bei den beiden folgenden Beispielen wird die Stützfunktion der angebotenen Hilfen deutlich: Die Hilfen werden konsequent genutzt und so entsteht eine fachlich richtige Beschreibung mit Begründung.

Kreisfläche annähern mit einem Rechteck
 a) BESCHREIBEN:
 Beschreibe das Bild.
 Du kannst als Hilfe die auf der Pinnwand stehenden Wörter und Satzteile benutzen.
 Sicher hilft dir auch, wenn du dir klar machst, wie die beiden Kästen in der Zeichnung beschriftet werden können.



Wenn man die verschiedenen Kreisabschnitte neu anordnet/zusammensetzt erhält man eine form die fast wie ein Rechteck aussieht. Die länge des Rechtecks beträgt $(u_k/2) \cdot r$ weil die Außenseite des Kreises u_k ist, und es 2 seiten gibt.

| |
|--|
| Du kannst folgende Wörter / Satzteile als Hilfe benutzen: |
| <ul style="list-style-type: none"> • der Kreisausschnitt • neu anordnen / neu zusammensetzen • fast ein Rechteck • Länge des Rechtecks (Breite des Rechtecks) beträgt ... , weil ... |

Lena streicht dabei die genutzten Wörter und Satzbausteine durch.

Tatjana hakt die einzelnen Bausteine ab und verwendet sie konsequent in ihrem Text.

Unter c) wird bei ihr deutlich, dass sie die Kreisformel bereits kennt, diese aber mithilfe des angebotenen Bildes zu begründen weiß. Auch in diesem Teil werden die sprachlichen Hilfen genutzt und ihre Verwendung protokolliert.

Man nimmt einen Kreis und ordnet die Kreisabschnitte neu an und setzt

sie so zusammen das es fast ein Rechteck ergibt. Die Länge des Rechtecks beträgt $\frac{U}{2}$, weil es nur die Hälfte vom Kreis ist. Die Breite des Rechtecks beträgt r da es die Breite vom Radius eines Kreises hat.

- b) DENKEN:
- Erinnere Dich, wie man den Umfang des Kreises berechnet. $U = d \cdot \pi$, $U = 2 \cdot r \cdot \pi$
 - Wie kannst du damit und den Bildern den Flächeninhalt des Kreises bestimmen?

- c) SCHREIBEN:
- Schreibe nun eine Formel auf, wie man den Flächeninhalts eines Kreises berechnen kann.
 - Begründe schriftlich mit Hilfe der Zeichnung, warum diese Formel gilt.

Die Formel für den Flächeninhalt des Kreises lautet $A_K = r^2 \cdot \pi$

Die Formel für den Flächeninhalt des Rechtecks lautet $a \cdot b$ wenn man für die Länge $\frac{U}{2}$ einsetzt und dann für die Breite r einsetzt, ergibt sich die Formel für den Flächeninhalt des Kreises.

Allerdings ist es nur fast ein Rechteck da es nur anders zusammengesetzte Kreisabschnitte sind die haben ja noch die Wölbungen vom Kreis.

Hilfe benutzen:

- der Kreisabschnitt ✓
- neu anordnen / neu zusammensetzen ✓
- fast ein Rechteck ✓
- Länge des Rechtecks (Breite des Rechtecks) beträgt ..., weil ... ✓

- Formel für den Flächeninhalt des Rechtecks lautet wenn man..., dann ... ✓
- Setzt man für die Länge ... und für die Breite ... ein, ergibt sich ... ✓
- Allerdings ... nur fast ein Rechteck. Wenn man die Anzahl der Kreisabschnitte ...