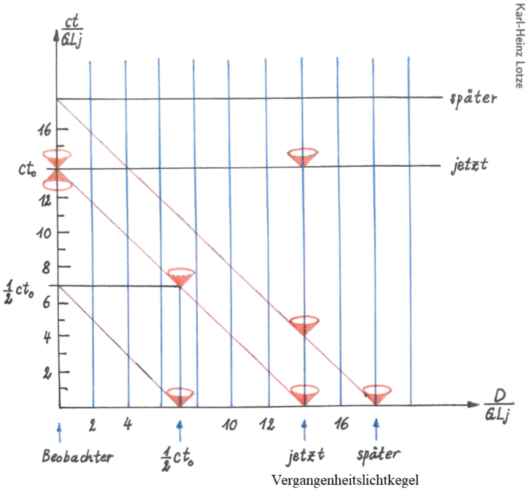
Lichtkegel und Horizonte



Ausschnitt eines Raumzeitdiagramms (Minkowski–Raumzeit).

Lichtausbreitung und Horizonte

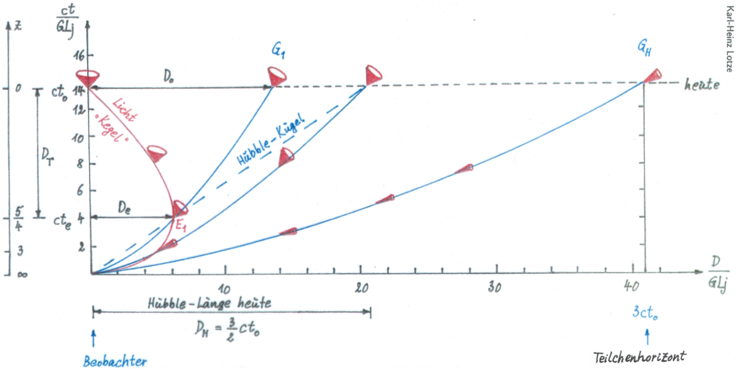
- **Physikalischer Abstand:** $d(t) = a(t)\Delta\chi$.
- **Vergangenheitslichtkegel:** Enthält alle Ereignisse, die bisher Einfluss auf uns haben konnten. Licht, das wir heute zur Zeit t_0 empfangen, wurde zur Zeit $t < t_0$ im physikalischen Abstand $d_{PLC}(t)$ ausgesendet.
- **Teilchenhorizont:** Eine Kugel mit Radius $d_{PH}(t)$ um den Beobachter zur Zeit t, die den Raum in Regionen teilt, von denen seit $t = 0$ Licht empfangen bzw. nicht empfangen wurde.
- **Ereignishorizont:** Enthält alle Ereignisse, die jemals auf uns Einfluss gehabt haben können. Licht, das uns bei $t \to \infty$ erreicht, wurde zur Zeit t im physikalischen Abstand $d_{EH}(t)$ ausgesendet.
- **Lichtausbreitung:** $a(t)\frac{d\chi}{dt} = c$ bzw. $d\chi = \frac{cdt}{a(t)}$

$$d_{PLC}(t) = a(t)\int_t^{t_0} \frac{cdt'}{a(t')}; \quad d_{PH}(t) = a(t)\int_0^{t} \frac{cdt'}{a(t')}; \quad d_{EH}(t) = a(t)\int_t^{\infty} \frac{cdt'}{a(t')}$$

Explizites Beispiel: Abbremsendes Universum (materiedominiert)

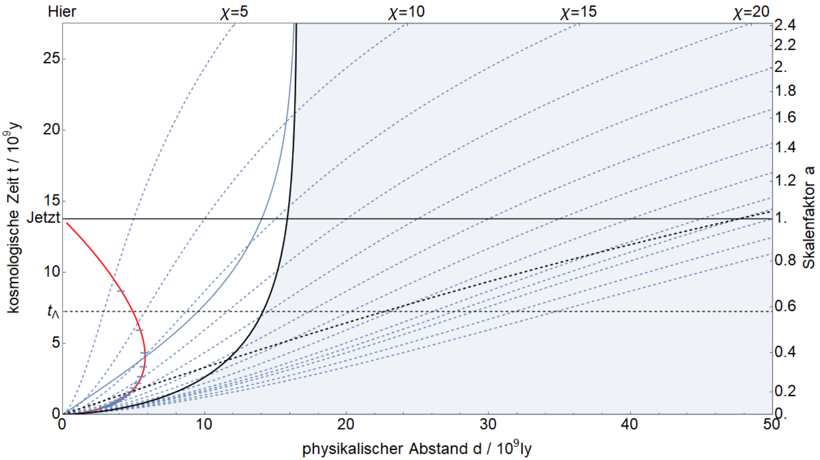
Für $(\Omega_M; \Omega_\Lambda) = (1; 0)$ gilt $a(t) = \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{2/3}$. Daraus ergeben sich:

- Abstand fundamentaler Beobachter: $d(t) = a(t)\Delta\chi \sim t^{2/3}$.
- Heutiger Zeitpunkt $a(t_0) = 1$ ergibt $t_0 = \frac{2}{3H_0}$
- Aus $z = \frac{a(t_0)}{a(t)} - 1$ folgt $\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{(1+z)^3}}$
- Entwicklung des Hubble–Radius: $d_H(t) = \frac{c}{H(t)} = \frac{3}{2} ct$
- Vergangenheitslichtkegel: $d_{PLC} = \frac{c}{H_0} \frac{2}{1+z} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right)$
- Teilchenhorizont: $d_{PH}(t) = 3ct$.
- Ereignishorizont: keiner (Integral ist divergent).
  Jeder fund. Beobachter befindet sich irgendwann innerhalb der Hubble–Kugel ($d(t) \sim t^{2/3}$ vs. $d_H(t) \sim t$).
- Expansionsgeschw. bei Rotversch. z: $\dot{d} = 2c\left(\sqrt{1+z} - 1\right)$.



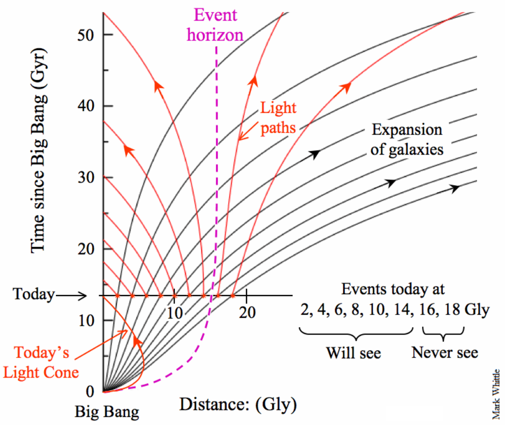
Die größte Entfernung, aus der uns Licht erreicht, ist $\frac{4}{9}ct_0$, ausgesendet bei $z = \frac{5}{4}$. Expansionsgeschw. $\dot{d} > c$ für $z > \frac{5}{4}$. Licht beginnt sich mit Eintritt in die Hubel–Kugel zu nähern. Die Galaxie G_1, die dieses Licht ausgesendet hat, befindet sich heute im Abstand ct_0. Radius der Hubble–Kugel heute: $\frac{3}{2}ct_0$. Der letzte ($z \to \infty$) sichtbare Beobachter G_H heute im Abstand $3ct_0$. (Tangential zum Vergangenheitslichtkegel bei $t = 0$).

Lichtkegel und Horizonte in „unserem“ Universum



$\Omega_\Lambda = 0{,}72$; $H_0 = 70\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s\,Mpc}}$; Vergangenheitslichtkegel (rot), darauf z mit Schrittweite 0,5; Fundamentale Beobachter (blau gestrichelt), Hubble–Radius (blau) Ereignishorizont (fett schwarz).

- Beschleunigung ab $t = t_\Lambda$; also $z \approx 0{,}7$. $\dot{d} > c$ für $z \gtrsim 1{,}5$.
- CMB bei $t = 0{,}4\,$Mio y; $\dot{d} \approx 60c$; Heute: $d \approx 46\,$Mrd lj; $\dot{d} \approx 3c$.



- Essentieller Unterschied: Beschleunigte Expansion ab $t = t_\Lambda \implies$ Ereignishorizont mit phys. Radius ≈ Hubble–Radius ≈ konst.
- Galaxien mit $z \approx 1{,}8$ heute im Abstand 16 Mrd lj; Licht, das sie heute aussenden, werden wir nicht mehr empfangen.

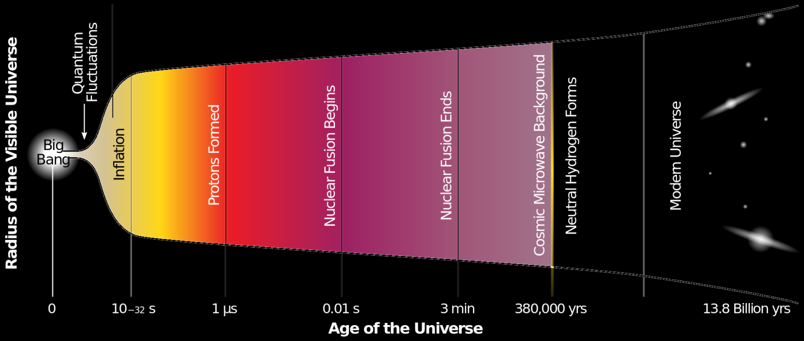
Mehr zum Thema ...

- Davis, Lineweaver – Der Urknall, Mythos und Wahrheit; Spektrum der Wissenschaft 5/2005; arXiv:astro-ph/0310808v2
- Lotze – Wie groß ist der Kosmos?; Astronomie + Raumfahrt 5/2012
- Davis, Lineweaver – Expanding Confusion: Common Misconceptions of Cosmological Horizons; Publications of the Astronomical Society of Australia, 21, 2004
- Ellis, Rothman – Lost Horizons; American Journal of Physics 61, 1993
- Harrison – Hubble–Spheres and Particle–Horizons; Astrophysical Journal, 383, 1991

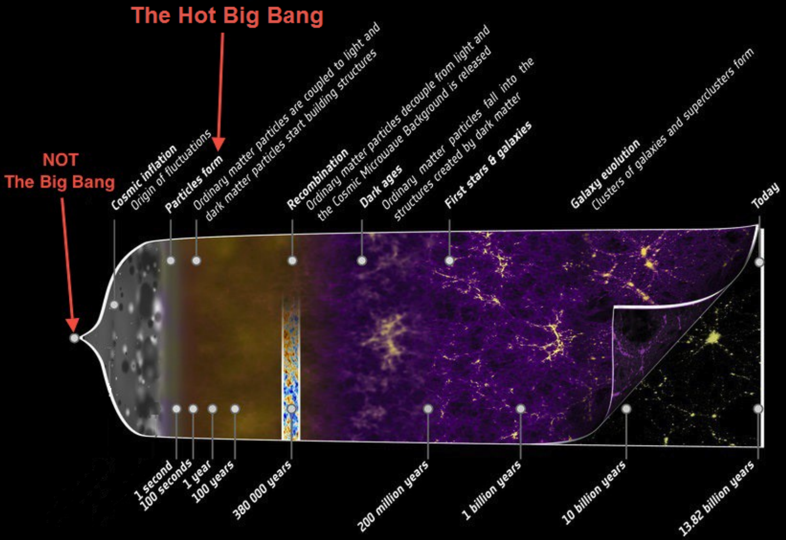
Teil 3: Inflation im frühen Universum

Wann und was ist Inflation?

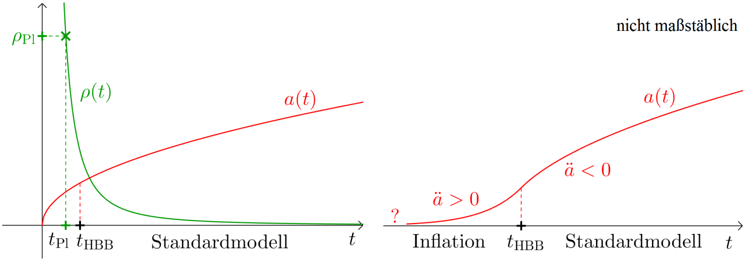
Fehlvorstellung der Inflation (Wikipedia 19.09.2019)



Richtige Darstellung der Inflation



https://medium.com/starts-with-a-bang/the-two-big-bangs-1493194f5cd9



Wann und was ist Inflation?

- Inflation bedeutet beschleunigte (exponentielle) Expansion.
- Standardmodell gilt für $t \geqslant t_{\mathrm{HBB}}$.
- t_{HBB} = Ende der Inflation = Beginn der heißen Urknallphase.
- Inflation für $t \leqslant t_{\mathrm{HBB}}$.
- Dauer der Inflation unbekannt. Mind. $\Delta t \approx 10^{-34}\,\mathrm{s}$.
  Keine Obergrenze.
- Minimaler Expansionsfaktor 10^{26}. Nicht untypisch ist z. B. 10^{10^8}.

Alan Guth, Urheber der Inflationstheorie

…In 2005 Guth won the award for the messiest office in Boston, organised by the Boston Globe.

Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems

Alan H. Guth*

Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford, California 94305

(Received 11 August 1980)

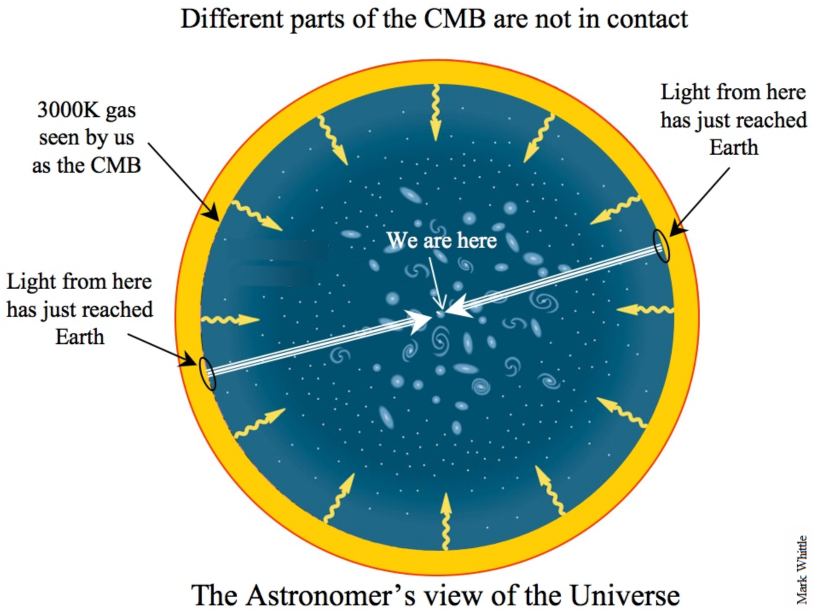
The standard model of hot big-bang cosmology requires initial conditions which are problematic in two ways: (1) The early universe is assumed to be highly homogeneous, in spite of the fact that separated regions were causally disconnected (horizon problem); and (2) the initial value of the Hubble constant must be fine tuned to extraordinary accuracy to produce a universe as flat (i.e., near critical mass density) as the one we see today (flatness problem). These problems would disappear if, in its early history, the universe supercooled to temperatures 28 or more orders of magnitude below the critical temperature for some phase transition. A huge expansion factor would then result from a period of exponential growth, and the entropy of the universe would be multiplied by a huge factor when the latent heat is released. Such a scenario is completely natural in the context of grand unified models of elementary-particle interactions. In such models, the supercooling is also relevant to the problem of monopole suppression. Unfortunately, the scenario seems to lead to some unacceptable consequences, so modifications must be sought.

Inflation, Lösung zweier Probleme

- Horizontproblem
- Flachheitsproblem
- Bonus: Dichteschwankungen

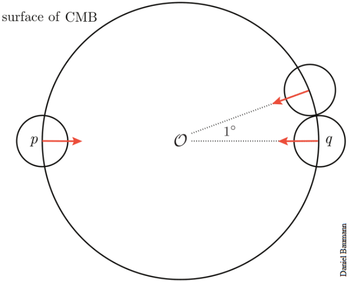
Die Probleme sind keine Inkonsistenzen des Standardmodells, sondern eher sehr speziell erscheinende Eigenschaften.

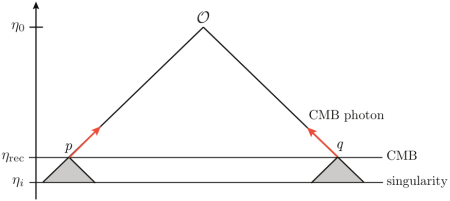
Horizontproblem

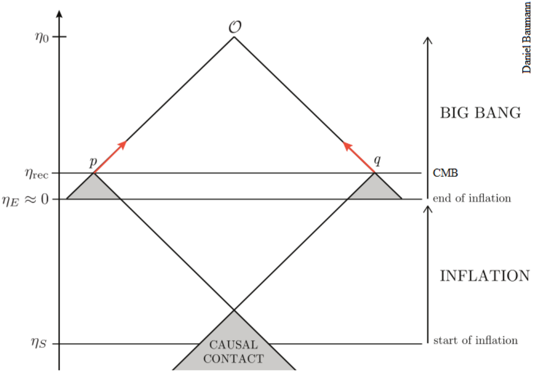

Different parts of the CMB are not in contact
3000K gas seen by us as the CMB
Light from here has just reached Earth
We are here
Light from here has just reached Earth
The Astronomer's view of the Universe
Mark Whittle

Horizontproblem

- Die Hintergrundstrahlung ist bis auf 0,001% isotrop obwohl Regionen, deren Winkelabstand größer als 1° ist, nie in kausalem Kontakt waren!
- Im CMB gibt es Dichtefluktuationen mit einer Größe von mehr als 1°!







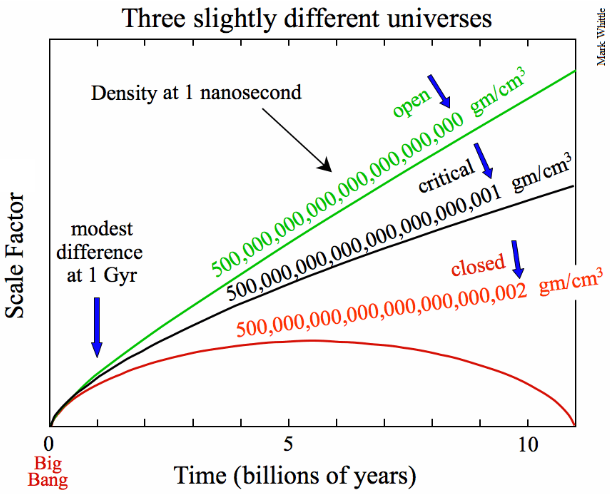
Lösung des Horizontproblems

Durch Inflation: Kausal verbundene Regionen werden „blitzartig“ ($\Delta t \mathrel{\widehat{=}} 10^{-34}$ s genügt) auf kosmologische Skalen gestreckt.

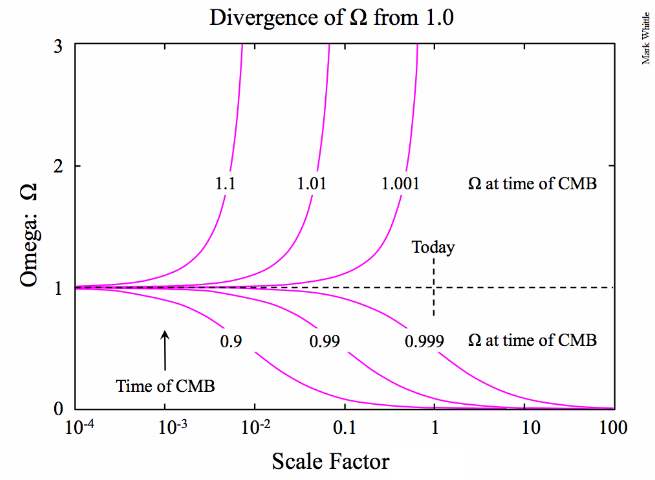
$\Longrightarrow$ Isotropie der Hintergrundstrahlung.

$\Longrightarrow$ Dichtefluktuationen werden auf über 1° gestreckt.

Flachheitsproblem



Flachheits bzw. Altersproblem.



Skalenfaktor und Dichteparameter bei abgebremster Expansion

Zeitentwicklung der Krümmung

Für den Krümmungsparameter gilt

$$|\Omega_k| = |1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda| \sim \frac{1}{\dot{a}^2}.$$

Flachheitsproblem

Standardmodell, anfangs $\ddot{a} < 0$

$$\begin{aligned} &\Longleftrightarrow \quad \dot{a} \text{ nimmt ab} \\ &\Longleftrightarrow \quad |\Omega_k| \text{ nimmt zu} \end{aligned}$$

Krümmungsparameter heute:

$$|\Omega_k| < 0{,}01$$

Dann galt z.B. zur Zeit $t \approx 1\,\mathrm{s}$:

$$|\Omega_k| \lesssim \mathcal{O}\left(10^{-16}\right)$$

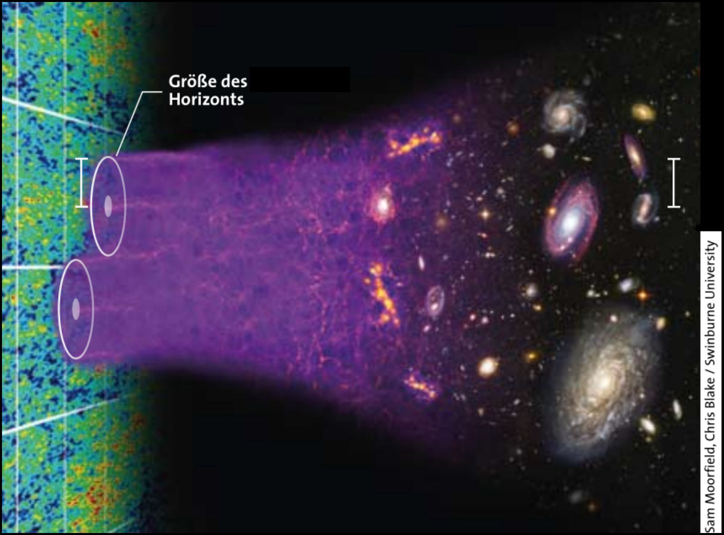
Lösung des Flachheitsproblems

Während der Inflation: $\ddot{a} > 0$

$$\begin{aligned} &\Longleftrightarrow \quad \dot{a} \text{ nimmt zu} \\ &\Longleftrightarrow \quad |\Omega_k| \text{ nimmt ab} \end{aligned}$$

Dauert die Inflation genügend lange, so ist jeder noch so kleine Wert für $|\Omega_k|$ am Ende der Inflation möglich.

Bonus: Keime der Strukturbildung durch Quantenfluktuationen



Inflationsmodelle

Definition: Inflation

Eine beschleunigte Expansion des Raums bezeichnet man als Inflation. Kurz:

$$\text{Inflation} \quad \Longleftrightarrow \quad \ddot{a} > 0$$

Einstein–Gleichungen

Energiedichte ρ und Druck p

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3p\right)$$

Bedingung für Inflation

$$\text{Inflation} \quad \Longleftrightarrow \quad \ddot{a} > 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \rho + 3p < 0$$

1. Beispiel: Kosmologische Konstante (Vakuumenergie)

Druck und Dichte von Λ:

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} = \text{konst}$$
$$p_\Lambda = -\rho_\Lambda$$

Es ergibt sich exponentielle Expansion:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_\Lambda = \text{konst} \quad \Longrightarrow \quad a(t) = \exp\left(\sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_\Lambda}\, t\right)$$

Problem: Inflation endet nicht.

2. Beispiel: Skalarfeld–Inflation (zB Higgs ist ein Skalarfeld)

Druck und Dichte eines Skalarfelds ϕ mit Potenzial V:

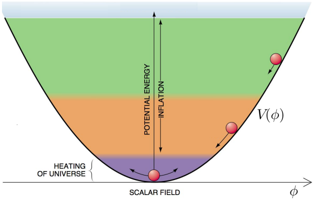
$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad \text{und} \quad p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$$

- Für $\dot{\phi} = 0$ gilt $\rho_\phi = V(\phi) = \text{konst.}$
  Entspricht kosmologischer Konstante.
- Die Inflationsbedingung $\rho + 3p < 0$ ist äquivalent zu $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$.
- $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \implies$ nahezu exponentielle Expansion:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \simeq \frac{8\pi G}{3} V(\phi) \approx \text{konst} \qquad \Longrightarrow \qquad a(t) \approx \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_\phi}\, t}$$

- Zeitentwicklung von ϕ durch Kontinuitätsgleichung

$$\ddot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$$



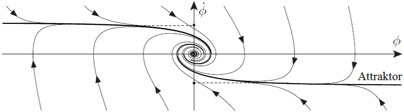
nach *Linde – Inflationary Cosmology*

after *Planck*

Beispiel: $V(\phi) \sim \phi^2$

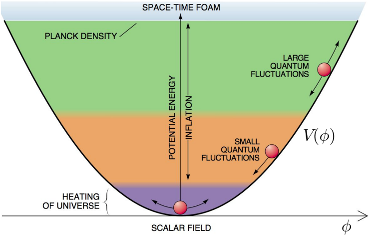
- ϕ groß $\Rightarrow V(\phi)$ groß $\Rightarrow \ddot{\phi}$ klein.
- Inflation solange $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$ gilt.
- Ende der Inflation für $\dot{\phi}^2 = V(\phi)$
  $\Leftrightarrow$ Beginn der Oszillation von ϕ
  $\Leftrightarrow$ ϕ–Zerfall; Teilchenproduktion
  $\Leftrightarrow$ Erhitzen des Universums

Ende der Inflation $\Leftrightarrow$ heißer Urknall



Mukhanov – Physical Foundations of Cosmology

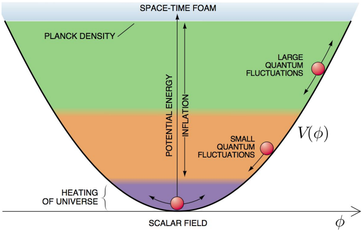
In diesem Beispiel ist die Inflationsphase sogar Attraktor: Die Bedingung $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$ wird für alle Anfangswerte von $(\phi,\dot{\phi})$ nach gewisser Zeit erfüllt sein.

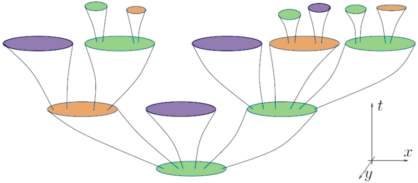


Erzeugung der Dichtefluktuationen

- Fluktuationen führen dazu, dass die Inflation nicht überall zur gleichen Zeit endet.
- Es gibt Regionen in denen ϕ zu größeren Werten fluktuiert
  $\Longrightarrow$ Inflation endet später
  $\Longrightarrow$ Teilchenproduktion später
  $\Longrightarrow$ Verdünnung setzt später ein
  $\Longrightarrow$ größere Dichte
- Die Dichtefluktuationen im CMB sind in hervorragender Übereinstimmung mit den Vorhersagen der Inflation.

Spekulative Konsequenzen der Inflation





Fortpflanzung großer Quantenfluktuationen; Pocket Universes

- Wir leben in einem Bereich, in dem die Inflation zum Ende kam.
- Durch Quantenfluktationen kann ϕ Sprünge hin zu größeren Werten machen $\Longrightarrow$ Inflation dauert an.
- Es ist zu erwarten, dass die Inflation andernorts noch andauert.
- In Teilen dieser Regionen kann die Inflation ebenfalls enden …oder auch nicht.
- Es entstünden unzählige, kausal getrennte „Pocket Universes“.

Ewige Inflation

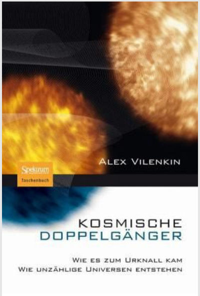
- Für jeden fund. Beobachter innerhalb einer inflationären Region gilt: Folgt man dem Beobachter in die Zukunft (Vergangenheit), so ist die Dauer der Inflation begrenzt. An jedem Ort endet (beginnt) die Inflation an einem zugehörigen Zeitpunkt.
- Andererseits gibt es zu jeder Dauer T einen Beobachter, für den die Inflation länger dauern wird (gedauert hat) als T. Die Inflation endet (beginnt) lokal, aber nicht zwingend global.

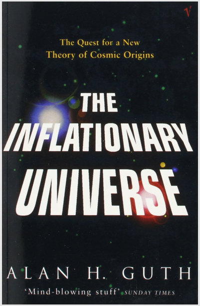
Linde – Inflationary Cosmology after Planck 2013

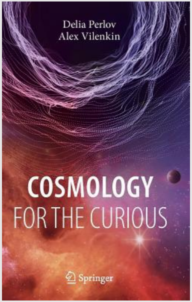
...In other words, there was a beginning for each part of the universe, and there will be an end for inflation at any particular point. But there will be no end for the evolution of the universe as a whole in the eternal inflation scenario, and at present we do not have any reason to believe that there was a single beginning of the evolution of the whole universe at some moment $t = 0$*, which was traditionally associated with the Big Bang.* (arXiv:1402.0526)

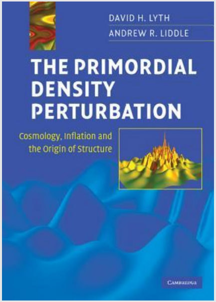
Vielen Dank für ihre Aufmerksamkeit!

Mehr zum Thema ...









- Vilenkin – Kosmische Doppelgänger: Wie es zum Urknall kam
- Guth – Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts
- Perlov, Vilenkin – Cosmology for the Curious
- Liddle – An introduction to cosmological inflation
- D. Baumann (Abitur in Bayern) – The physics of inflation
- Liddle, Lyth – The primordial density perturbation