Einführung in das Urknall–Modell, kosmologische Horizonte und Inflation

StR Dr. Dennis Simon

20.09.2019

MNU-Tag 2019, Landesverband Südbayern

Universität Augsburg

dennis.simon@hsgym.de

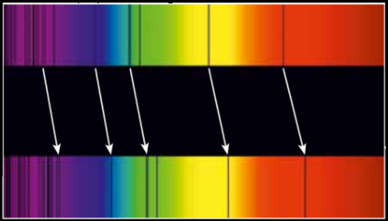
Inhalt

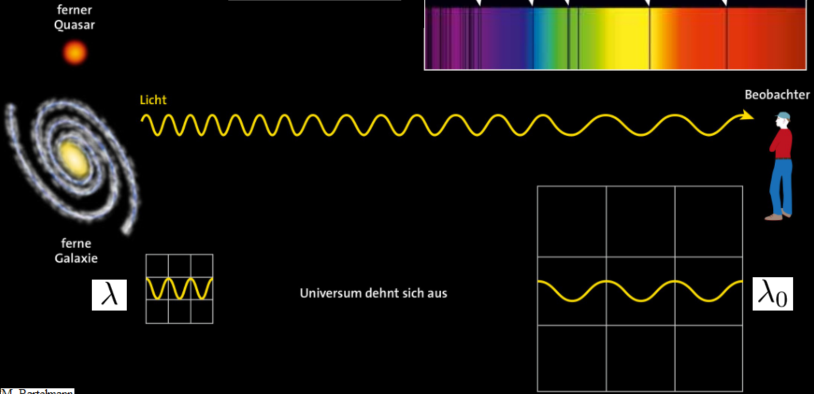
1. Das Urknall–Modell
   - Wie modelliert man einen expandierenden Raum?
   - Wie entwickelt sich das beobachtbare Universum als Ganzes?
   - Was ist die Urknallsingularität?
2. Kosmologische Horizonte
   - Wie kann man das Universum mit Raumzeitdiagrammen anschaulich machen?
   - Warum werden wir in Zukunft Galaxien nicht mehr sehen können, die wir heute sehen?
   - Wie groß ist das beobachtbare Universum?
3. Kosmologische Inflation
   - Was versteht man unter kosmologischer Inflation?
   - Wie passt die Inflation in das kosmologische Modell?
   - Welche spekulativen Konsequenzen hat die Inflation?

Teil 1: Das Urknall–Modell

Kosmologischer Ursprung der Rotverschiebung:

$$z = \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1$$

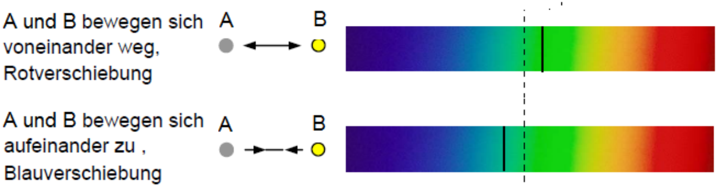


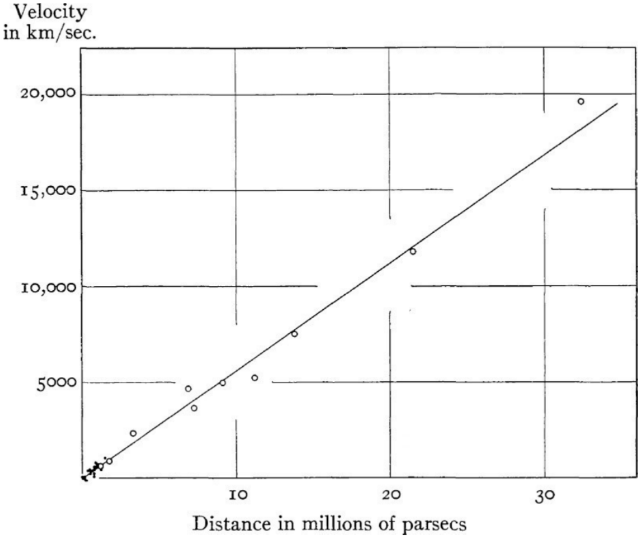


M. Bartelmann

Neue Möglichkeiten in Theorie und Beobachtung um 1920

- Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie (1915) ermöglicht Beschreibung des Universums als Ganzem.
- Kosmologische Modelle von Einstein (1917), de Sitter (1917), Friedmann (1922,1924); zunächst ohne Bezug zu Beobachtungen.
- Hubble entdeckt (1925), dass die Entfernung zu Nebeln weit größer ist als die Milchstraße. Folgerung: Nebel = Galaxien.
- Hubble (1929), (mit Humason 1931).
  Proportionalität zw. Abstand d und Rotverschiebung z: $d \sim z$.
  Deutung von z als Doppler Effekt: $z \sim v$.
  Hubble–Gesetz: $v \sim d$ bzw. $v = H_0 d$, Hubble–Konstante H_0.





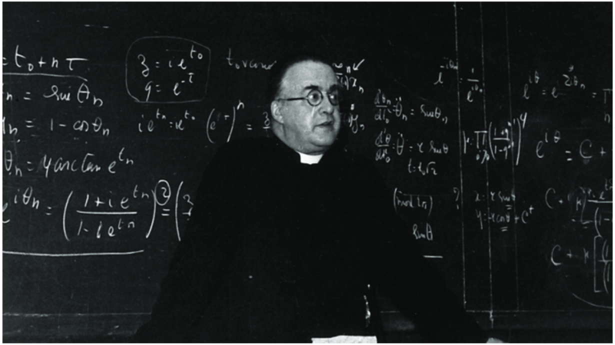
Hubble & Humason 1931: $H_0 \approx 600 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s\,Mpc}}$ (deutlich zu groß).

Der wahre Entdecker der Expansion (Stiglers Gesetz!)

- Georges Lemaître, belgischer Priester, Mathematiker, Physiker.

> *That Hubble was elevated to the discoverer of the expanding universe belongs to sociology, public relations, and rewriting history.*
>
> *[N. Straumann – General Relativity]*

- Entdeckte und publizierte (1927 in französischspr. Journal) unabhängig ebenfalls Lösungen der Einstein–Gleichungen.
- Berechnete außerdem die Expansionsrate zu etwa $600 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s\,Mpc}}$.
- Ins Englische übersetzt in den Monthly Notices in 1931.
- In der Übersetzung fehlen Passagen; einschl. der Berechnung der Hubble–Konstanten.
- Rätsel erst 2011 gelöst.



ARCHIVES GEORGES LEMAÎTRE/CATHOLIC UNIV. LOUVAIN/TECLIM

Georges Lemaître giving a lecture at the Catholic University of Louvain in Belgium.

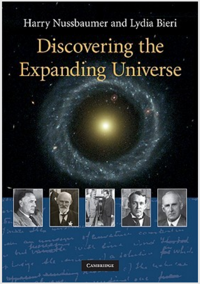
Mystery of the missing text solved

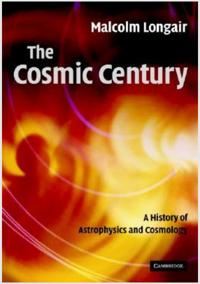
A discovered letter explains the loss of key paragraphs during the translation of one of Georges Lemaître's papers about the expanding Universe, shows **Mario Livio**.

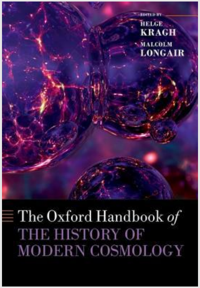
Nature volume 479, pages 171–173 (10 November 2011)

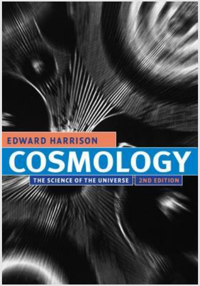
Mehr zum Thema . . .

- Nussbaumer, Bieri – Who discovered the expanding universe? e-Print: arXiv:1107.2281



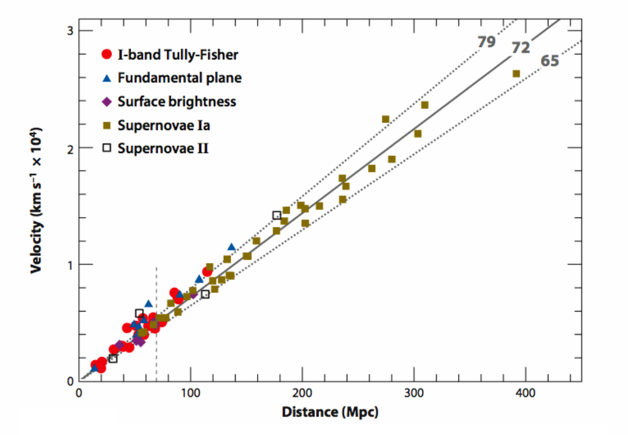




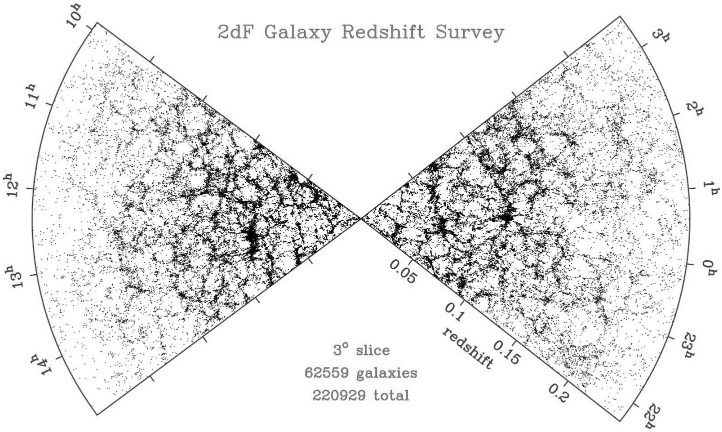


- Nussbaumer, Bieri – Discovering the Expanding Universe
- Longair – The Cosmic Century
- Kragh, Longair – The History of Modern Cosmology
- Harrison – Cosmology

Beobachtungsgrundlagen des kosmologischen Modells



Modernes Hubble–Diagramm



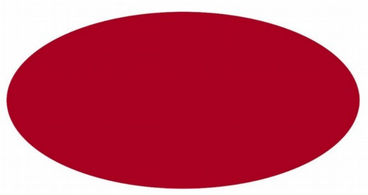
Statistische Isotropie ab $z \gtrsim 0{,}01$.

PhysikNobelpreis 2006

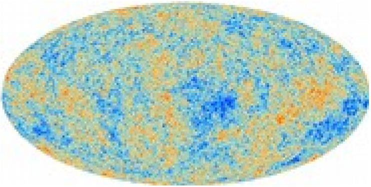
John C. Mather, George F. Smoot (COBESatellit)

“for their discovery of the blackbody form and anisotropy of the cosmic microwave background radiation.“

Kosmische Hintergrundstrahlung (CMB) mit Rotverschiebung $z \approx 1100$:



Isotrope Schwarzkörperstrahlung, $T = 2{,}7\,\mathrm{K}$.

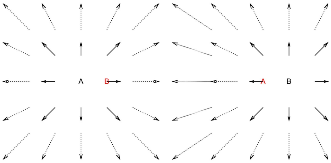


Abweichungen sind von der Größenordnung 10^{-5}. Bild: PLANCK-Satellit

Kosmologische Modellierung

Kosmologisches Prinzip besteht aus:

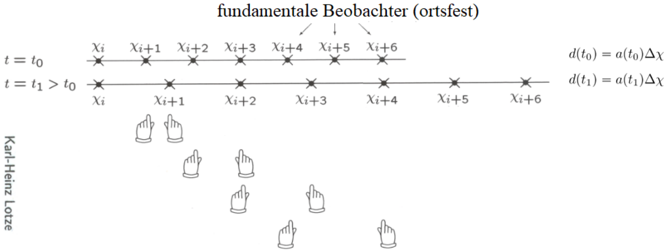
1. **Isotropie**
   Ab $z \gtrsim 0{,}01$ statistisch erfüllt.
2. **Kopernikanisches Prinzip**
   Annahme: Wir sind keine bevorzugten Beobachter.



Weyl'sches Postulat

Es gibt **fundamentale Beobachter**, deren Bewegung die mittlere Bewegung der Materie im Universum repräsentiert.
(Die Galaxien bewegen sich wie Atome in der kosmischen Flüssigkeit)

- Nur fundamentale Beobachter sehen eine statistisch isotrope Hintergrundstrahlung!
- Wir sind keine fundamentalen Beobachter: Bewegung der Erde um die Sonne, Bewegung der Sonne in der Milchstraße, Bewegung der Milchstraße in Richtung Virgo–Galaxienhaufen.



- **Fundamentale Beobachter:** $\chi =$ konst (ortsfest im Raum).
- **Koordinatenabstand** zweier fund. Beobachter: $\Delta\chi =$ konst.
- **Kosmologische Zeit** t: Eigenzeit der fundamentalen Beobachter. Heute: $t = t_0$.
- **Skalenfaktor** $a(t)$ relativer Abstand zur Zeit t, $a(t_0) = 1$.
- **Physikalischer Abstand:** $d(t) = a(t)\Delta\chi$.
- **Expansionsgeschw.:** $\dot{d}(t)$, die Geschwindigkeit mit der der Abstand zu einem fundam. Beobachter anwächst.
- Zeitabhängigkeit steckt vollständig im Skalenfaktor $a(t)$.

$a(t)$ und Beobachtungsgrößen

$a(t)$ und Hubble–Rate

- Physikalischer Abstand: $d(t) = a(t)\Delta\chi$.
- Expansion fundamentaler Beobachter:

$$\dot{d}(t) = \dot{a}(t)\Delta\chi$$
$$\dot{d}(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}a(t)\Delta\chi$$
$$\dot{d}(t) = H(t)d(t)$$

  wobei $H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$ die **Hubble–Rate** bezeichnet.
- Die Hubble–Konstante H_0 ist die heutige Hubble–Rate:

$$H_0 = \left.\frac{\dot{a}}{a}\right|_{t=t_0} = 70\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s\,Mpc}} = 7\%(\,\mathrm{Mrd\,y})^{-1},$$

- vgl. $\dot{d} = H_0 d$ mit dem Hubble–Gesetz $v = H_0 d$.
  Insbesondere zu jedem Zeitpunkt: $\dot{d} > c \iff d > \frac{c}{H_0}$.

$a(t)$ und Rotverschiebung

- Ausgesendete Wellenlänge λ, empfangene Wellenlänge $\lambda_0 > \lambda$, Rotverschiebung: $z = \dfrac{\lambda_0}{\lambda} - 1$
- Insgesamt: $1 + z = \underbrace{(1 + z_D)}_{\text{Doppler}} \underbrace{(1 + z_G)}_{\text{Gravitation}} \underbrace{(1 + z_E)}_{\text{Expansion}}$
- Ab 50 Mpc bzw. $z > 0{,}01$ gilt praktisch $z = z_E$.
- Für die Rotverschiebung durch die Expansion gilt:

$$z_E = \frac{a(t_0)}{a(t)} - 1$$

- Beispiel: Das Licht des Quasars 3C 273 besitzt die Rotverschiebung $z = 0{,}158$. Zum zugehörigen Zeitpunkt t galt für die Abstände im Vergleich zu heute:

$$\frac{a(t)}{a(t_0)} = \frac{1}{1+z} = 86{,}4\%$$

Zeitabhängigkeit von $a(t)$, kosmologische Parameter

Die ART beschreibt die Entwicklung des Skalenfaktors

Allgemeine Relativitätstheorie in drei Zeilen:

- Einsteintensor: $\boldsymbol{G} \mathrel{\widehat{=}}$ Geometrie der Raumzeit
- Energie–Impuls–Tensor: $\boldsymbol{T} \mathrel{\widehat{=}}$ Energieinhalt der Raumzeit
- Einstein'sche Feldgleichung: $\boldsymbol{G} = \frac{8\pi G}{c^4}\boldsymbol{T}$

Annahmen für die kosmologische Raumzeit

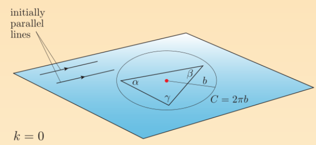
Kosmologisches Prinzip und **Weyl'sches Postulat** implizieren:

- $\boldsymbol{G}$ enthält die Entwicklung von $a(t)$.
- $\boldsymbol{T}$ wird durch homogen verteilte Materie (M) und „dunkle Energie“ (Λ) beschrieben. Dichte: ρ_M bzw. ρ_Λ.
- Einsteingleichung $\implies$ Zeitabhängigkeit von $a(t)$, ρ_M, ρ_Λ.

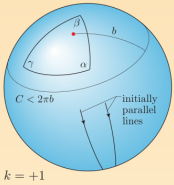
Kosmologische Parameter

- **kritische Dichte:** $\frac{3H^2}{8\pi G}$.

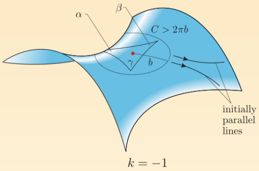
  Heutiger Wert: $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 10^{-29}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \approx 5$ Protonen / mm^3.
- **Dichteparameter heute:** $\Omega_M = \frac{\rho_M}{\rho_c}$; $\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c}$
- Jede Wahl des Paars $(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$ legt eine bestimmte Entwicklung von $a(t)$ fest.
- Die Summe $\Omega_M + \Omega_\Lambda$ bestimmt die Krümmung des Raums.



$\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$
euklidisch (flach)

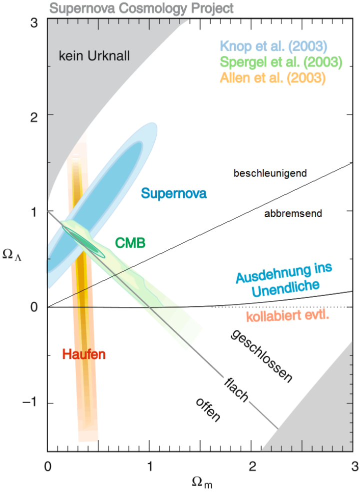


$\Omega_M + \Omega_\Lambda > 1$
sphärisch (geschl.)



$\Omega_M + \Omega_\Lambda < 1$
hyperbolisch (offen)

- Ω_M,Ω_Λ durch Beobachtungen.
- Jedes Paar (Ω_M,Ω_Λ) bestimmt die Raumkrümmung und die Entwicklung von $a(t)$.
- Deutliche Unterschiede in der Entwicklung möglich.



- Beobachtungen favorisieren $\Omega_M \approx 0{,}3; \Omega_\Lambda \approx 0{,}7$.
  Also $\Omega_M + \Omega_\Lambda \approx 1{,}0$, den euklidischen (flachen) Raum!

Bestimmung der Parameter mit Supernovae

Entfernungsbestimmung mit Leuchtkraft von Standardkerzen

- Supernovae vom Typ 1A sind geeignete Standardkerzen.
- Zusammenhang zwischen der Entfernung d und der scheinbaren Helligkeit m über das **Entfernungsmodul**:

$$m = M + 5\lg\left(\frac{d}{\mathrm{Mpc}}\right) + 25 \qquad (\star)$$

  Absolute Helligkeit der Supernovae Typ 1A: $M = -19{,}4$.
- Strahlungsfluss im statischen, euklidischen Raum:
  Leistung L über Kugeloberfläche, $S = \frac{L}{4\pi d^2}$.
- Definition **Leuchtkraftabstand** in gekrümmter Raumzeit:

$$d_L(z) = \sqrt{\frac{L}{4\pi S}}$$ hängt von den Parametern Ω_M und Ω_Λ ab.

- Einsetzen von $d_L(z)$ in $(\star)$ ergibt $m(z)$.
- Bestimmung von Ω_M,Ω_Λ durch Fitten von $m(z)$ an Daten.

Große Rotverschiebungen, Krümmung der Raumzeit relevant!

Leuchtkraftabstand in Abhängigkeit von z, mit $\Omega_k = 1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda$,

$$d_L(z) = \frac{c}{H_0}\frac{(1+z)}{\sqrt{\Omega_k}}\sinh\left(\int_{\frac{1}{1+z}}^{1} \frac{\sqrt{\Omega_k}}{\sqrt{\Omega_k x^2 + \Omega_M x + \Omega_\Lambda x^4}}\,dx\right) \qquad (\star)$$

Ergibt für kleine z das Hubble–Gesetz $d_L(z) \simeq \frac{c}{H_0} z$.
Grenzfall $\Omega_M + \Omega_\Lambda \to 1$:

$$\lim_{\Omega_k \to 0} d_L(z) = \frac{c}{H_0}(1+z)\int_{\frac{1}{1+z}}^{1} \frac{1}{\sqrt{\Omega_M x + \Omega_\Lambda x^4}}\,dx.$$

Lösungen:

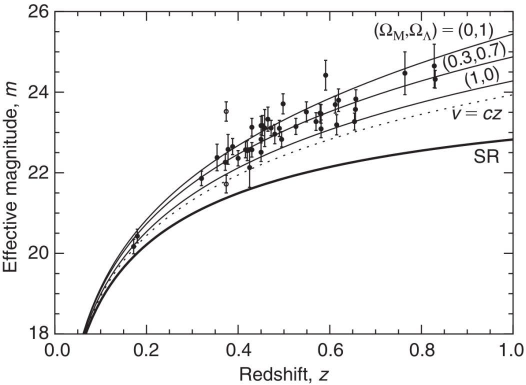
- $(\Omega_M;\Omega_\Lambda) = (0;0)$ ergibt $d_L(z) = \left(z + \frac{1}{2}z^2\right)\frac{c}{H_0}$
- $(\Omega_M;\Omega_\Lambda) = (1;0)$ ergibt $d_L(z) = 2\left(1 + z - \sqrt{1+z}\right)\frac{c}{H_0}$
- $(\Omega_M;\Omega_\Lambda) = (0;1)$ ergibt $d_L(z) = \left(z + z^2\right)\frac{c}{H_0}$

[$(\star)$ mit $\sinh(x) = \frac{1}{2}\left(\exp(x) - \exp(-x)\right)$ und $\sinh(ix) = i\sin(x)$ für $\Omega_k < 0$]

Physik–Nobelpreis 2011

Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt, Adam G. Riess

„for the discovery of the accelerating expansion of the Universe through observations of distant supernovae.“



Die Entwicklungsgeschichte unseres Universums

Explizit: Die Entwicklungsgeschichte von $a(t)$

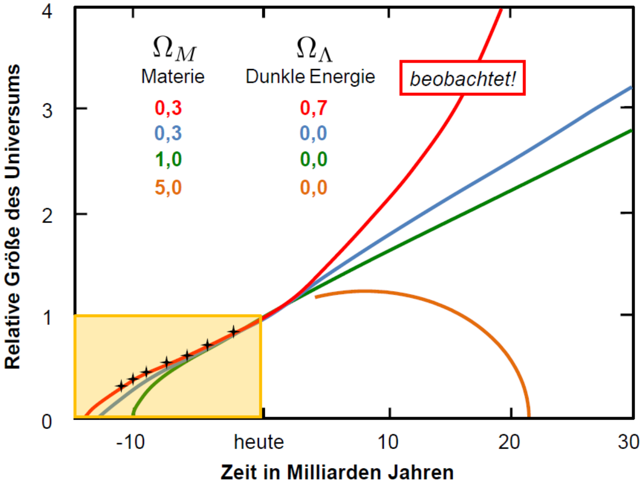
In allen Fällen: $\rho_M(t) \sim (a(t))^{-3}$ und $\rho_\Lambda = \text{konst.}$
Entwicklung von $a(t)$ aus den Einstein'schen Feldgleichungen:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = H_0^2 \left(\frac{\Omega_M}{(a(t))^3} + \Omega_\Lambda\right) \quad \text{für den Fall } \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1.$$

- $(\Omega_M; \Omega_\Lambda) = (1; 0)$ ergibt $a(t) = \left(\frac{3}{2} H_0 t\right)^{2/3}$
- $(\Omega_M; \Omega_\Lambda) = (0; 1)$ ergibt $a(t) = \exp\left(H_0 (t - t_0)\right)$
- $(\Omega_M; \Omega_\Lambda) = (1 - \Omega_\Lambda; \Omega_\Lambda)$ ergibt

$$a(t) = \left(\frac{1 - \Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda}\right)^{1/3} \left(\sinh\left(\frac{3}{2}\sqrt{\Omega_\Lambda}\, H_0 t\right)\right)^{2/3}$$

$a(t) \simeq \left(\frac{3}{2}\sqrt{\Omega_M}\, H_0 t\right)^{2/3}$ für $H_0 t \to 0$ dominiert durch Ω_M.
$a(t) \simeq \exp\left(\sqrt{\Omega_\Lambda}\, H_0 t\right)$ für $H_0 t \to \infty$ dominiert durch Ω_Λ.



Skalenfaktor $a(t)$ für verschiedene Werte der Parameter Ω_M, Ω_Λ.
Abbildung von Andreas Müller.

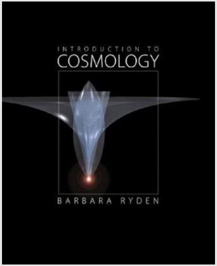
Die Grenzen des Modells, Urknall und heißer Urknall

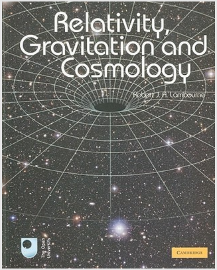
- **Urknallsingularität**: Es gibt einen Zeitpunkt t_{BB} derart, dass

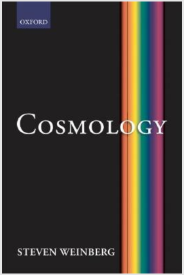
$$a(t) \to 0 \text{ bzw. } \rho(t) \to \infty \text{ für } t \to t_{BB}$$

- t_{BB} nicht mehr Teil der Raumzeit!
- Alle Beobachter kommen sich für $t \to t_{BB}$ beliebig nahe.
- Wenn der Raum eine unendliche Ausdehnung besitzt (z.B. euklidischer Raum), dann kann der Abstand zwischen zwei Beobachtern zu jeder Zeit $t > t_{BB}$ beliebig groß sein.
- Das Urknall–Modell beginnt zur Zeit $t_{HBB} > t_{BB}$ mit einer Phase, die man den **heißen Urknall** nennt (zur Unterscheidung von der Singularität).
- Der heiße Urknall ist der **Endzustand der Inflation!**

Mehr zum Thema . . .







- Liddle – Einführung in die Kosmologie
- Ryden – Introduction to Cosmology
- Lambourne – Relativity, Gravitation and Cosmology
- Weinberg – Cosmology

Teil 2: Kosmologische Horizonte

Hubble–Kugel

Objekte, deren Abstand zu uns mit mehr als Lichtgeschwindigkeit anwächst, bleiben für uns unsichtbar. Nicht zwingend!

- Die **Hubble–Kugel** ist die Kugel um den Beobachter, zu der die Abstände gerade mit c anwachsen. Innen $\dot{d} < c$, außen $\dot{d} > c$.
- Aufgrund der Expansion wächst **zunächst** der Abstand zu einem Lichtpuls, der von einem Objekt außerhalb der Hubble–Kugel in unsere Richtung ausgesendet wird.
- Der phys. Radius der Hubble–Kugel ist zeitabhängig: $d_H = \frac{c}{H(t)}$.
- Wenn die Hubble–Kugel genügend schnell wächst, dann kann sie den Lichtpuls erreichen.
- Befindet sich der Lichtpuls innerhalb der Hubble–Kugel, so beginnt sich sein Abstand zu uns zu verringern.
- Bei abbremsender Expansion wächst der Abstand d, bei dem $\dot{d} = c$ gilt. Jeder Beobachter tritt also irgendwann in die Hubble–Kugel ein.