Lösungen Fortgeschrittene PW 26 2019/20

PW 26 F1 Lösung SauWa

Diese Aufgabe hat zunächst einen sehr einfachen Lösungsweg:

Da hier der Bereich linearer Längenausdehnung mit wachsender Temperatur vorliegt, kann man die Längenausdehnungsformel $\Delta l_{Fa} = l_0 \cdot a_{Al} \cdot \Delta T$ verwenden.

Den Längenausdehnungskoeffizienten des Aluminiums bekommt man aus Tabellen in Nachschlagewerken oder dem Internet. Allerdings sind diese Werte je nach Quelle unterschiedlich, wir finden Zahlenangaben von $\alpha = 23{,}1 \cdot 10^{-6}$ bis $\alpha = 23{,}8 \cdot 10^{-6}$.
Wesentlich dabei ist, dass hier bestenfalls drei geltende Ziffern angegeben sind, das Ergebnis also keineswegs mehr als drei geltende Ziffern aufweisen darf.
Verwendet man den unteren Wert für α, so ergibt sich für die Länge eines Aluminiumstabes $l = 28{,}9\ cm$, damit ergibt sich die gesamte Anlage zwischen den Begrenzungsschrauben zu $L = 57{,}9\ cm$.
Verwendet man den oberen Wert für α, so ergeben sich $l = 28{,}0\ cm$ und $L = 56{,}1\ cm$.
Hieraus kann man ersehen, dass die angegebene Genauigkeit von α es nicht ermöglicht, die Länge des SauWa‘s genauer als auf einen Zentimeter anzugeben: Eine höhere angegebene Genauigkeit ist also unsinnig und damit falsch.

Also ist die Lösung der Gleichung nebst Angabe eines Resultats nicht ausreichend. Ein wesentlicher Teil ist die Überlegung, wie genau das Rechenergebnis anzugeben ist – kein Ergebnis darf mehr geltende Ziffern aufweisen als die Ziffernzahl des ungenauesten Eingabewertes – und wie mit diesem Ergebnis die Frage zu beantworten ist, also die praktische Relevanz des Ergebnisses. Offensichtlich ist eine Anlage mit einer Gesamtlänge unter 60 cm bequem in jeder Sauna unterzubringen.
Weiterhin sollte man einen Gedanken darauf verwenden, wie stark sich der Untergrund, auf dem die Stangen ruhen, mit der steigenden Temperatur ausdehnt – sinnvoll wäre ein Untergrund, dessen Ausdehnung klein gegenüber der Längendehnung der Stäbe ist.

Möchte man den SauWa verkleinern, bleibt nur die Wahl eines Metalls mit größerem Ausdehnungskoeffizienten, wobei auch hier praktische Gedanken einfließen sollten: Natrium oder Lithium gehen aus chemischen Gründen nicht (heftige Reaktion mit Luft), Kadmium ist giftig, Blei ist unzweckmäßig – also bleibt im Wesentlichen nur Zink. Mit diesem Metall spart man etwa 20% an Länge.

PW 26 F2 Lösung Doppelbecher

Zur Frage 1

- Die Linsenwirkung tritt nur senkrecht zur Zylinderachse auf.
- Die Anordnung entspricht in der Gesamtheit einer Zerstreuungslinse, wobei die Abbildung aus zwei Teilen besteht, nämlich beim Übergang Luft – wassergefüllter Zylinder (Wasserlinse in Luft) und beim Übergang wassergefüllter Zylinder – luftgefüllter Zylinder (Luftlinse in Wasser). Letztere ist im Prinzip eine Zerstreuungslinse, erstere eine Sammellinse. Nun ist die Brechkraft der Luftlinse in Wasser (Zerstreuungslinse) wegen der stärkeren Krümmung des inneren Zylinders größer

als die Brechkraft der Wasserlinse in Luft (Sammellinse), also ergibt sich insgesamt eine Zerstreuungslinse.
Das Bild ist somit virtuell.

- Balthasar sieht also den Gegenstand als virtuelles Bild verkleinert senkrecht zur Zylinderachse, seitenrichtig und aufrecht.
- Dabei ist die Entfernung des Gegenstandes nur für die stets verkleinerte Bildgröße ausschlaggebend: Je näher der Gegenstand, umso größer ist das Bild.
- Bei seitlich breiten Gegenständen geben sich auch zusätzlich je ein Bild links und rechts von der Mitte. Diese Bilder sind Abbildungen wie bei einer Sammellinse, da hier die Luftlinse nicht erreicht wird.

Zur Frage 3

- Die Linsenwirkung tritt nur senkrecht zur Zylinderachse auf: Es handelt sich wiederum um eine Zylinderlinse.
- Ohne den luftgefüllten inneren Zylinder ergibt sich senkrecht zur Zylinderachse eine Abbildung entsprechend einer Sammellinse.
- Je nach Abstand des Gegenstandes entsteht ein virtuelles seitenrichtiges vergrößertes Bild (Entfernung kleiner als die Brennweite von etwa 5 cm) oder ein umgekehrtes, seitenvertauschtes reelles Bild bei größerer Entfernung – wie bei einer normalen Sammellinse.

PW 26 F3 Lösung FaFePe

- *Experimentelle Bestimmung der Periodendauer T_{Fe} des Federpendels*

Hier bedarf es der Angabe von angehängter Masse und Federkonstante (letztere kann auch aus verschiedenen bestimmten Periodendauern bei verschiedenen angehängten Massen erhalten werden).
Dann: Rechnerische Bestimmung der Fadenlänge l_{Fa} eines Fadenpendels, dessen Periodendauer genauso groß wie die des Federpendels ist:

Formelsammlung: $T = 2\,\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

=> $l_{Fa} = \frac{T_{Fe}^2}{4\pi^2} \cdot g \approx 0{,}25\frac{m}{s^2}\,T_{Fe}^2$

Beispiel: $T_{Fe} = 1{,}6\,s$ ergibt $l_{Fa} = 0{,}636\,m$

Hieraus ist ersichtlich, dass es sinnvoll ist, dass das Federpendel langsam schwingen sollte, damit das synchrone Fadenpendel nicht gar zu kurz wird!
Dies kann auch damit erreicht werden, dass die angehängte Masse erhöht wird. Und ebenso ist es ersichtlich, dass die Ruhelänge der Feder deutlich kleiner sein sollte als die Länge des entsprechenden Fadenpendels.

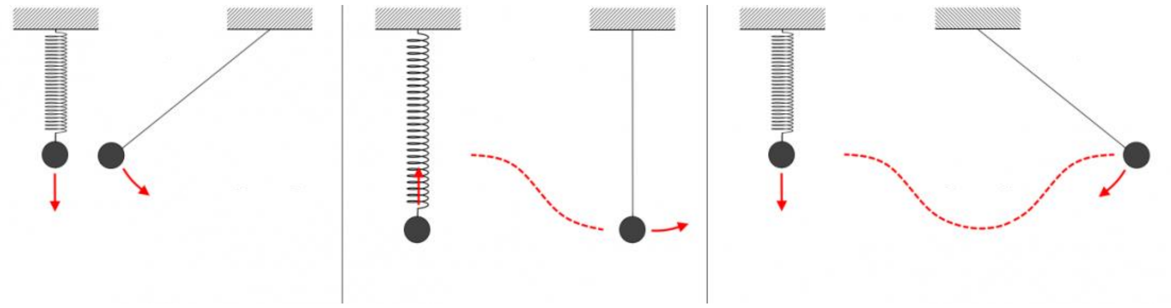
- *Aufbau und Dokumentation des durchgeführten Experiments mit einem FaFe-Pendel*

  In der Auswertung sollte der Wechsel zwischen einer Auf- und Abschwingung entsprechend eines Federpendels und die Hin- und Herschwingung entsprechend eines Fadenpendels erkennbar sein. Durch die vertikale Schwingung variiert periodisch die Fadenlänge und der Vorgang ist instabil. Ohne passende Fadenlänge wird eine chaotische Bewegung des Pendels zu beobachten sein – deswegen die einstellbare Fadenlänge.

- *Bewegungsdiagramm aus einer Videoanalyse*

  Durch die Variation der Fadenlänge sollte dann ein Zustand erreicht werden, dass die Federschwingung vollständig in eine Pendelbewegung übergeht und dann wieder vollständig in eine Federschwingung zurückgeführt wird, also kurzeitig eine reine Auf- und Abwärtsbewegung bzw. Hin- und Herbewegung des Pendels vorliegt. Das ist dann der Fall, wenn die horizontale Pendelschwingung nahe in Resonanz mit der vertikalen Federschwingung gerät.

Resonanzbedingung:



Aus der Zeichnung ist die hier gezeigte Resonanzbedingung zu ersehen: $T_{Fa} = 2 \cdot F_{Fe}$

$$2\,\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$\frac{l}{g} = 4 \cdot \frac{m}{D} \qquad\qquad l = 4\,\frac{m\,g}{D}$$

mit $\quad D = \frac{4\,\pi^2 m}{T_{Fe}^2}$:

$$l = 4\,\frac{m\,g}{4\,\pi^2\,m} \cdot T_{Fe}^2 = \frac{g}{\pi^2} \cdot T_{Fe}^2$$

Das Beispiel von oben ergibt eine Fadenlänge für die Resonanz von ziemlich genau 2,54 m. Das ist noch realisierbar.
Sollte eine Fadenlänge des kombinierten Pendels von 2 m angestrebt werden, so muss man die angehängte Masse reduzieren.

Hinweise:

Es handelt sich also um ein Phänomen, das bei oder nahe bei Resonanzen zwischen den Schwingungszeiten der Federschwingung und des Pendels auftritt. Hier wurde – weil sich das Phänomen des Wechsels zwischen Pendel- und Federschwingung hier besonders gut

darstellen lässt – die 2 : 1 – Resonanz betrachtet.
Grundsätzlich können auch andere Resonanzen verwendet werden, allerdings sollten die Quotienten klein sein.
Die „einfachste“ Resonanz ist die 1 : 1 – Resonanz.
Hierbei gibt es eine relativ stabile Situation, bei der die Feder an den Punkten maximalen Ausschlags des Pendels auch maximal gespannt ist, das Massenstück eine Bewegung ausführt, die einer nach unten geöffneten Parabel ähnelt. Da diese Situation recht stabil ist, lässt sich hierbei nur schwer der gewünschte Übergang beobachten.
Die andere mögliche Grenz-Situation bei dieser Resonanz tritt auf, wenn die Feder an den Faden-Umlenkpunkten maximal entspannt ist. Diese Situation ist nicht stabil, denn dann „läuft die Masse auf dem Rückweg oben lang“, dies lässt sich mit der Corioliskraft beschreiben; die Gesamtbewegung ist dann sehr näherungsweise eine Ellipse. Hier aber darf die Auslenkung des Federpendels nur klein sein, und es ergibt sich nie ein direkter Wechsel von radialer und tangentialer Bewegung.

Der Vergleich mit Lissajous-Figuren liegt zwar nahe, ist aber nur beschränkt tragfähig:
Bei Lissajous-Figuren bleiben die Winkelgeschwindigkeiten (oder die Frequenzen) der beiden Teilschwingungen konstant, es sind harmonische Schwingungen. Hier aber ändert sich die Winkelgeschwindigkeit der Pendelschwingung infolge der sich ständig ändernden Federlänge auch ständig. Weiterhin bewirkt die Corioliskraft, die bei der Änderung der radialen Geschwindigkeitskomponente bei gleichzeitiger tangentialer Bewegung auftritt, dass das Massestück „gegenüber der Pendelschwingung vorläuft oder nachläuft“.