

Lösungen PW 30 F

Aufgabe PW30 F1 – Heißer Draht

Die Aufgabe benötigt zur Lösung die Formeln für die Reihenschaltung und für die Hintereinanderschaltung von Widerständen

$$(1) R_{ges} = R_1 + R_2 + \dots \quad \text{und} \quad (2) \frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

sowie den Zusammenhang zwischen Spannung, Widerstand und Leistung (3) $P = \frac{U^2}{R}$.

Die Widerstände seien gemäß ihrem Widerstand mit R1, R2 und R3 bezeichnet.

- Zunächst bestimmt man mit (3) die maximale Spannung, die an den Widerständen anliegen darf, um sie nicht zu überlasten:

$$V_{\max 1} = 7,071 \text{ V}; V_{\max 2} = 10 \text{ V}; V_{\max 3} = 12,25 \text{ V}.$$

- Entscheidend ist jetzt die Erkenntnis, dass es vier mögliche Schaltungen gibt:

Fall 1 – Reihenschaltung

Fall 2 – Parallelschaltung aller drei Widerstände

Fall 3 – Parallelschaltung mit einem bzw. zwei Widerständen im Ast

Fall 4 – Reihenschaltung von einem Widerstand und zwei parallel geschalteten Widerständen

Bei den letzten beiden Fällen gibt es jeweils drei zu untersuchende Unterfälle.

- Fall 1
Hier ist der Gesamtwiderstand mit (1) 60Ω , und da an R3 $12,25 \text{ V}$ anliegen dürfen und R1 und R2 zusammen ebenfalls 30Ω haben, fallen auch hier $12,25 \text{ V}$ ab. Damit sind die beiden Widerstände nicht überlastet (an ihnen fallen $4,083 \text{ V}$ bzw. $8,187 \text{ V}$ ab), und als Gesamtleistung ergibt sich $P_1 = 10 \text{ W}$.

- Fall 2
Hier begrenzt R1 die angelegte Spannung auf $7,071 \text{ V}$. Mit (2) ergibt sich der Gesamtwiderstand zu $R_{F2} = 5,454 \Omega$ und somit mit (3) $P_2 = 9,167 \text{ W}$.

- Fall 3
Hier begrenzt in allen drei Unterfällen der einzelne Widerstand die Gesamtspannung, und mit (1), (2) und (3) ergibt sich

$$R_{F3,1} = 8,333 \Omega \quad \text{und} \quad P_{F3,1} = 6 \text{ W}$$

$$R_{F3,2} = 13,333 \Omega \quad \text{und} \quad P_{F3,2} = 7,5 \text{ W}$$

$$R_{F3,3} = 15 \Omega \quad \text{und} \quad P_{F3,3} = 10,004 \text{ W}$$

- Fall 4
Unterfall 1: R1 ist in Reihe geschaltet. Dann beträgt der Gesamtwiderstand 22Ω ; über R1 dürfen $7,071 \text{ V}$ abfallen, über die Parallelschaltung somit ($7,071 \text{ V} * 1,2 =$) $8,452 \text{ V}$, was R2 und R3 nicht überlastet. Die Gesamtspannung beträgt also $15,556 \text{ V}$, was zu einer Leistung von $P_{F4,1} = 11 \text{ W}$ führt.
Unterfall 2: R2 ist in Reihe geschaltet. Dann beträgt der Gesamtwiderstand $27,5 \Omega$; über R2 dürfen 10 V abfallen, über die Parallelschaltung somit ($10 \text{ V} * 3/8 =$) $3,75 \text{ V}$, was R2 und R3 nicht überlastet. Die Gesamtspannung beträgt also $13,75 \text{ V}$, was zu einer Leistung von $P_{F4,2} = 6,875 \text{ W}$ führt.
Unterfall 3: R3 ist in Reihe geschaltet. Dann beträgt der Gesamtwiderstand $36,667 \Omega$; über R1 dürfen $12,25 \text{ V}$ abfallen, über die Parallelschaltung somit ($12,25 \text{ V} * 2/9 =$) $6,667 \text{ V}$, was R2 und R1 nicht überlastet. Die Gesamtspannung beträgt also $14,972 \text{ V}$, was zu einer Leistung von $P_{F4,3} = 6,114 \text{ W}$ führt.

- Somit ist die maximale Leistung 11 W (Fall 4.1).
- Eriks Schaltung ist im Fall 2 behandelt, allerdings mit geringerer angelegter Spannung. Bei 6 V leistet die Parallelschaltung $6,6 \text{ W}$, das sind 60% der maximalen Leistung.

Aufgabe PW30 F2 – Dünnes Rohr

Das Experiment lässt sich theoretisch durch das Gesetz von Hagen-Poiseuille beschreiben:

$$(1) \quad \frac{dV}{dt} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{p_{\text{innen}} - p_{\text{außen}}}{l}$$

Dabei ist dV/dt der Volumenstrom, η die Viskosität des Wassers, r der Radius des Rohres, l seine Länge. Der Innendruck p_{innen} ist wegen der konstanten Höhe des Wasserspiegels konstant, ebenso der Außendruck $p_{\text{außen}}$; die Druckdifferenz ist also einfach der Schweredruck des Wassers im Inneren:

$$(2) \quad p_{\text{innen}} - p_{\text{außen}} = \rho \cdot g \cdot h$$

Weiterhin gilt $(3) \quad dV = \pi r^2 \cdot v \cdot dt$

Die Ausströmgeschwindigkeit ist dann

$$(4) \quad v = \frac{r^2}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{\rho \cdot g \cdot h}{l}$$

Da der Volumenstrom proportional zur Geschwindigkeit des austretenden Wassers und damit zur „Wurfweite“ s ist, kann man im Experiment erwarten, dass sich

$$(5) \quad s \sim \frac{1}{l}$$

zeigt, dass also **s und l umgekehrt proportional zueinander** sind, alle anderen Größen gleich bleiben gleich.

Allerdings hängt das Gelingen des Experiments gemäß dieser Erwartung in starkem Maße vom Rohr und von h ab:

Der Wasserstrom im Röhrchen darf nicht turbulent sein. Dazu muss vor allem der Eingang des Röhrchens glatt sein, und es sollte ein wenig in die Flasche hineinragen.

Auch das restliche Innere des Röhrchens sollte glatt sein, ebenso der Ausfluss.

Weiterhin sollte h so klein sein, dass die Reynoldszahl in dem Bereich bleibt, wo die Strömung noch laminar sein kann, also im Bereich 10 cm.

Zusammenfassend kann also auch erwartet werden, dass sich eher keine Abhängigkeit der Wurfweite von der Länge des Röhrchens zeigt.

Im zweiten Teil des Experiments soll der Radius des Rohres verändert werden.

Hier steigt – bei sonst konstanten Größen – der Volumenstrom stark mit dem Rohrradius an, sogar mit der 4. Potenz, wenn die Voraussetzungen des Gesetzes von Hagen-Poiseuille (1) zutreffen.

Das reale Experiment wird vermutlich nur zeigen, dass **die Wurfweite (stark) mit dem Radius des Röhrchens zunimmt**.

Zur Bearbeitung der Aufgabe gehören, wie üblich bei Experimenten, Aufbau – Beschreibung – Messwerte – Darstellung der Ergebnisse (Diagramme) – Auswertung und der Vergleich mit der Theorie:

Dabei wird der erste Teil des Experiments mit 6 Punkten bewertet, der zweite mit 2 Punkten und der Vergleich mit der Theorie mit 2 Punkten.

Aufgabe PW30 F3 – Hohler Spiegel

I. Bildentstehung mit Hohlspiegel allein

Falls als Hohlspiegel der (kleine) Ausschnitt eines Kugelspiegels mit dem Zentrum M betrachtet wird, so ist der Radius r stets doppelt so groß wie die gegebene Brennweite f_s , also $r = 60 \text{ cm}$. Für einen Gegenstandspunkt P eines Gegenstandes G mit der Gegenstandsweite $g > f_s$ betrachtet man stets zwei spezielle Lichtwege: erstens den parallel zur Rotationsachse des Spiegels einfallenden Lichtstrahl, der (näherungsweise) in Richtung des Brennpunktes F reflektiert wird, und zweitens den von P ausgehenden Lichtstrahl durch M, der am Spiegel um 180° in sich selbst reflektiert wird: die beiden reflektierten Lichtwege schneiden sich in einem Punkt P', dem Bildpunkt von P.

- $g > r$: In allen Fällen entsteht ein reelles, verkleinertes und umgekehrtes Bild des Gegenstandes; je größer der Abstand Gegenstand-Zentrum M, desto kleiner sind die Bilder.
- $f_s < g < r$: Für einen Gegenstand zwischen M und F ist das Bild reell, umgekehrt und vergrößert.
- $g < f_s$: das Bild ist virtuell, aufrecht und vergrößert.

(nach Gehrtzen „Physik“ Springer-Verlag 1964, S. 314)

II. Hohlspiegel und Zerstreuungslinse

Für einen unendlich weit entfernten Gegenstand G sind alle die von demselben Gegenstandspunkt einfallenden Lichtwege zueinander parallel; sie werden alle ungefähr in Richtung des Brennpunktes F reflektiert. Stellt man die Zerstreuungslinse in eine Entfernung von etwa 24 cm, so werden alle in die Linse eintretenden Lichtwege zerstreut und verlaufen nach Austritt aus der Linse wieder zueinander parallel. Würde man mit dem Auge diese Lichtbündel auf der Netzhaut wieder auffangen, sähe der Beobachter ein aufrechtes, vergrößertes Bild.

Nachtrag:

Die Hinweise „Spiegelteleskop-Äquivalent zum Galilei-Fernrohr“ könnten auch so verstanden werden, dass erstens ein Parabolspiegel mit einem eindeutigen Brennpunkt und zweitens vergrößerte Bilder weit entfernter Objekte gemeint sind.