Aufgaben und Lösungen PW 29 F

Aufgabe PW29 F1 – Tesla-Meter

Die Stärke des magnetischen Feldes eines Dauermagneten nimmt mit kleiner werdendem Abstand zum Magneten zu. Beschrieben wird die Magnetfeldstärke durch die magnetische Flussdichte. Diese kannst du mit Hilfe deines Smartphones und der phyphox-App messen. (Sensoren → Magnetfeld → Betrag)

- Untersuche den Zusammenhang zwischen dem Abstand zum Magneten und der Flussdichte genauer.
  Hinweis: Ermittle zunächst durch Probieren, wo sich der Magnetfeldsensor deines Smartphones befindet. Er liegt meist in der Nähe der Kamera.

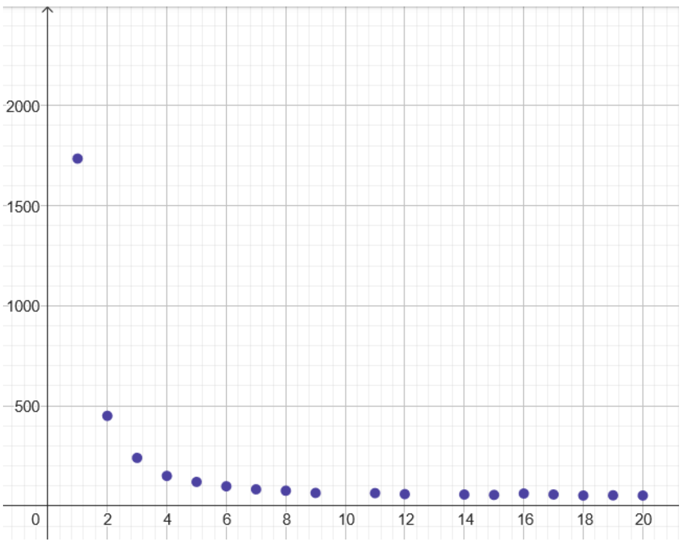
Warnung: Verwende bitte keine „Supermagnete“ und lasse stets etwas Platz zwischen Smartphone und Magnet.

Lösung

Die magnetische Flussdichte sollte in verschiedenen Abständen zum Magneten entlang einer bestimmten Achse gemessen und das Ergebnis grafisch ausgewertet werden

Es bietet sich an, möglichst nah am Sensor des mobilen Endgeräts zu messen, da der Fehler durch äußere Einflüsse sowie die Messungenauigkeit in ihren Auswirkungen minimiert werden.

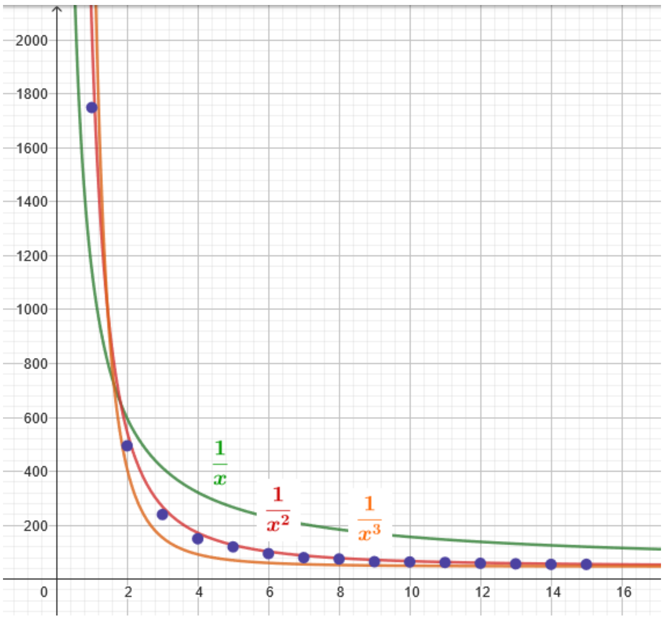
Die Messung sollte von möglichst nahem Abstand zum Magneten bis hin zu mehreren Zentimetern erfolgen. Es ergibt sich ein in etwa hyperbelförmiger Verlauf an Messwerten:



Es ist erkennbar, dass die Flussdichte mit kleiner werdendem Abstand zunimmt. Mit größerer Nähe zum Magneten nimmt auch der Anstieg der Messwerte zu. Man könnte einen indirekt proportionalen Zusammenhang vermuten, also in der folgenden mathematischen Form:

$$(1)\ \ y = C \cdot \frac{1}{x}$$

Die genauere mathematische Überprüfung durch eine andere Achseneinteilung, durch Regressionskurven, o.ä. ergibt allerdings nicht unbedingt einen antiproportionalen Zusammenhang:



Es sollte sich eher ein Zusammenhang mit einem Exponenten > -2 ergeben, also:

$$(2)\ \ B \sim \frac{1}{x^2}$$

Bemerkung: Der Verlauf kann auch über die folgende Formel angenähert werden:

$$(3)\ \ B = \frac{B_r}{\pi} \cdot \left(\arctan\left(\frac{L \cdot W}{2x\sqrt{4x^2 + L^2 + W^2}} \right) - \arctan\left(\frac{L \cdot W}{2 \cdot (D + x) \cdot \sqrt{4(D + x)^2 + L^2 + W^2}} \right) \right)$$

Hierbei sind L, W und D die Abmessungen des Dauermagneten.

Weiterhin ist zu sehen, dass die Messwerte sich nicht der Flussdichte B = 0 nähern, sondern einem Wert von etwa 40 µT. Dies ist auf den Einfluss des Erdmagnetfeldes zurückzuführen und sollte bei der Auswertung der Messung berücksichtigt werden.

Aufgabe PW29 F2 – Pendel-Salto

Fritz hat sich ein besonderes Pendel gebaut: Genau unterhalb der Stange, an der das Pendel aufgehängt ist, befindet sich eine weitere Stange. Wenn das Pendel nun losgelassen wird, schlägt das Seil gegen die untere Stange, und unter bestimmten Bedingungen überschlägt sich dann das Pendel.

- Baue ein Pendel mit der Länge l = 1 m. Untersuche, ab welchem Auslenkungswinkel α sich das Pendel überschlägt, wenn sich die untere Stange x cm über dem tiefsten Punkt des Pendels befindet.
- Erkläre das Zustandekommen dieser Bedingung.

Lösung

Zur Beschreibung des Versuchs gehören natürlich Aufbau, Durchführung und Messwerte mit einem Diagramm, in dem der minimale Winkel α über der Anfangshöhe h aufgetragen ist.
Dieses Diagramm sollte keine Gerade ergeben!

Jetzt geht es um das „Überschlagen“. Wenn man die Zeichnung ernst nimmt, so ist in der Aufgabe gefragt, unter welchem Winkel gegen die Senkrechte das Pendel losgelassen werden muss, damit es nach der Berührung der Stange auf einer Halbkreisbahn (!) die Zielscheibe trifft.
Der tiefste Punkt der Bahn des Pendels liegt einen Meter unter der Aufhängung. Wir wählen diese Höhe als Nullpunkt und bestimmen die Höhe, aus der das Pendel losgelassen werden muss. Diese nennen wir h.
Der Mittelpunkt der Zielscheibe hat eine Höhe von 2 x über dem Nullpunkt. Offensichtlich muss das Pendel mindestens aus dieser Höhe losgelassen werden, um diese Höhe wieder zu erreichen, also
(1) $h \geq 2x$.
Allerdings wird in der Zeichnung mehr verlangt: Das Pendel soll bei dieser Höhe immer noch einen straff gespannten Faden aufweisen, die Geschwindigkeit des Pendels muss also mindestens so hoch sein, dass die Zentrifugalbeschleunigung die Erdbeschleunigung ausgleicht:
(2) $\frac{v^2}{x} \geq g$.

Damit gilt für die ursprüngliche Energie pro Masse des Pendels
(3) $\varepsilon \geq 2 \cdot g \cdot x + \frac{1}{2}v^2 = 2gx + \frac{1}{2}gx = 2{,}5\ gx$.
Folglich kann der Anschwingwinkel bestimmt werden mit
(4) $\alpha \geq arccos\left(\frac{l-2{,}5x}{l}\right)$.

Bemerkung:
Interpretiert man „Überschlag“ weniger streng und fordert nur, dass das Pendel „über die Stange kommt“, so reicht offensichtlich eine geringere Anfangsenergie aus. Soll die Stange vom Pendel getroffen werden, so ergibt sich *h = 2 x* .
Wesentlich ist hier folgende Erkenntnis: Das Pendelgewicht bleibt so lange auf der Kreisbahn, wie das Gewicht des Pendels durch die senkrechte Komponente der Zentrifugalkraft ausgeglichen wird.
Von dem Punkt an, an dem diese Kraftbedingung nicht mehr gilt, bewegt sich das Pendel „frei“ auf einer Wurfparabel, auf der es vor oder hinter der Stange nach unten fallen kann bzw. im Grenzfall die Stange trifft.

Aufgabe PW29 F3 – Kepler-Fernrohr

Jane Kepler möchte den Fernrohrtyp ihres berühmten Namensvetters nachbauen. Dazu baut sie zwei Sammellinsen aus alten Digitalkameras aus und findet heraus, dass deren Brennweiten f_1 = 300 mm und f_2 = 100 mm betragen.

- Wie müsste sie ein solches Fernrohr bauen? Zeichne den Strahlengang.
- Ermittle die Vergrößerung, die sie mit diesem Teleskop erreicht.

Ihr Freund Paul möchte ebenfalls ein solches Fernrohr bauen, hat aber nur Linsen mit Brennweiten von 200 mm und 100 mm in großer Anzahl. Er möchte gern eine vierfache Vergrößerung erreichen.

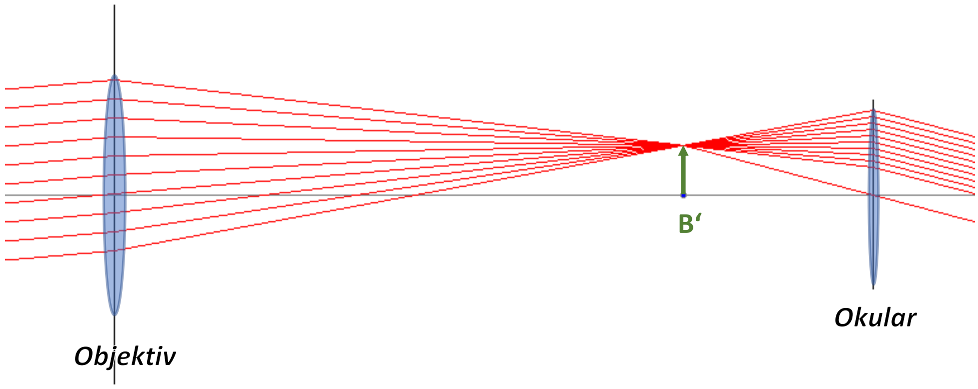
- Wie könnte Paul mit seinen Linsen ein Beobachtungsgerät bauen, welches diese Vergrößerung erreicht?

Lösung

Bei einem Keplerfernrohr ist der Abstand *l* zwischen Objektiv- und Okularlinse gleich der Summe der Brennweiten der beiden Linsen, also:

$$(1)\ \ l = f_1 + f_2$$

Die Objektivlinse erzeugt ein reelles Zwischenbild, das von der Okularlinse wiederum eingefangen wird. Durch diese wird ein virtuelles Zwischenbild von dem entfernten Objekt erzeugt, das stark vergrößert ist.



Für die Vergrößerung des Fernrohres gilt:

$$(2)\ \ V = \frac{f_{Obj}}{f_{Ok}}$$

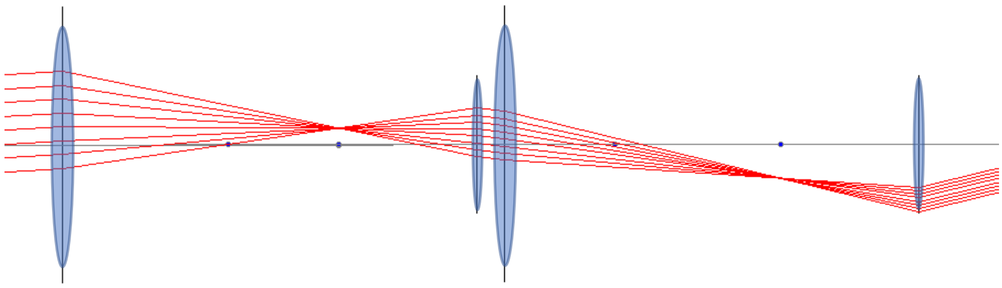
Somit ergibt sich für Janes Fernrohr:

$$(3)\ \ V = \frac{300\ mm}{100\ mm} = 3$$

Sie erreicht also eine dreifache Vergrößerung.

Da Paul nur Linsen mit *f* = 100 mm und *f'* = 200 mm besitzt, erreicht er nur die doppelte Vergrößerung, wenn er zwei verschiedene Linsen kombiniert.

Erstellt er nun ein System aus zwei Fernrohren, die jeweils um den Faktor 2 vergrößern, dann beträgt die Gesamtvergrößerung des System 4. Das Objektiv des zweiten Fernrohrs sollte dabei möglichst nah am Okular des ersten Fernrohrs liegen.



Theoretisch könnte zwar als Okular eine Linsenkombination verwendet werden, wobei sich die Brennweite wie folgt ergibt:

$$(4)\quad \frac{1}{f_{Ges}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \left(\frac{d}{f_1 \cdot f_2}\right)$$

Die Näherung, dass einfach nur die Kehrwerte der Brennweiten (ohne den weiteren Summanden) addiert werden, gilt allerdings nur für unendlich dünne Linsen, die sehr nah beieinander sind, was man hier nicht annehmen darf.

**Abbildungen erstellt mit OptiLight by Ufuk Günes & Annika Meeß*