PW 24 Fortgeschrittene – Lösungen

PW 24 F 1 – Lampen im Kreis

Die angegebene Lösung verwendet die Annahme, dass der Widerstand der Lampen konstant bleibt. Weiterhin soll zur Vereinfachung der Rechnungen dieser Lampen-Widerstand 1Ω betragen, und zwischen *A* und *B* soll eine Spannung von 1 V anliegen. Mit i (i = 1 … 8) sei die Anzahl der Widerstände im Kreis bezeichnet.

Klasse: Fälle der Position vom Anschuss *B* relativ zum Anschluss *A* = i - 2 (Symmetriegründe)

14 verschiedene Fälle *

besonders hell

gleich hell

Klasse		i=4						Leistungen	der Lampen
		R Teil 1	R Teil 2	R ges	I ges	I Teil 1	I Teil 2	Zweig 1	Zweig 2
Fall 4/1	*	1,00	3,00	0,75	1,33	1,00	0,33	1,00	0,33
Fall 4/2	*	2,00	2,00	1,00	1,00	0,50	0,50	0,50	0,50

Klasse		i=5						Leistungen	der Lampen
		R Teil 1	R Teil 2	R ges	I ges	I Teil 1	I Teil 2	Zweig 1	Zweig 2
Fall 5/1	*	1,00	4,00	0,80	1,25	1,00	0,25	1,00	0,25
Fall 5/2	*	2,00	3,00	1,20	0,83	0,50	0,33	0,50	0,33
Fall 5/3		3,00	2,00	1,20	0,83	0,33	0,50	0,33	0,50

Klasse		i=6						Leistungen	der Lampen
		R Teil 1	R Teil 2	R ges	I ges	I Teil 1	I Teil 2	Zweig 1	Zweig 2
Fall 6/1	*	1,00	5,00	0,83	1,20	1,00	0,20	1,00	0,20
Fall 6/2	*	2,00	4,00	1,33	0,75	0,50	0,25	0,50	0,25
Fall 6/3	*	3,00	3,00	1,50	0,67	0,33	0,33	0,33	0,33

Klasse		i=7						Leistungen	der Lampen
		R Teil 1	R Teil 2	R ges	I ges	I Teil 1	I Teil 2	Zweig 1	Zweig 2
Fall 7/1	*	1,00	6,00	0,86	1,17	1,00	0,17	1,00	0,17
Fall 7/2	*	2,00	5,00	1,43	0,70	0,50	0,20	0,50	0,20
Fall 7/3	*	3,00	4,00	1,71	0,58	0,33	0,25	0,33	0,25
Fall 7/4		4,00	3,00	1,71	0,58	0,25	0,33	0,25	0,33

Klasse		i=8						Leistungen	der Lampen
		R Teil 1	R Teil 2	R ges	I ges	I Teil 1	I Teil 2	Zweig 1	Zweig 2
Fall 8/1	*	1,00	7,00	0,88	1,14	1,00	0,14	1,00	0,14
Fall 8/2	*	2,00	6,00	1,50	0,67	0,50	0,17	0,50	0,17
Fall 8/3	*	3,00	5,00	1,88	0,53	0,33	0,20	0,33	0,20
Fall 8/4	*	4,00	4,00	2,00	0,50	0,25	0,25	0,25	0,25

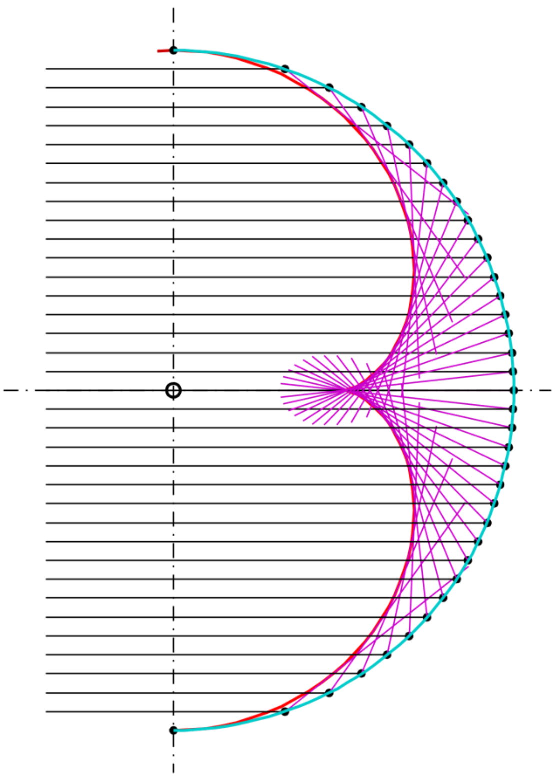
PW 24 F 2 – Sonne im Kreis (Kaustik an einer Fahrradfelge)

Eine auf einem Brett liegende Fahrradfelge (ohne Speichen) wird so auf die Sonne hin ausgerichtet, dass der vordere (sonnenzugewandte) Felgenrand den Innenraum gegen das einfallende Sonnenlicht abschattet.

Die Wirkung des einfallenden Sonnenlichts kann mit Hilfe der geometrischen Strahlenoptik beschrieben werden. Jeder der zueinander parallel einfallenden individuellen Lichtstrahlen der Sonne wird im Auftreffpunkt auf der Felge nach dem Gesetz „Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel“ in den Felgeninnenraum reflektiert. In jedem Auftreffpunkt ist wegen der Kreisform der Felge die Lotrichtung bekannt, sie ist identisch mit der Richtung des jeweiligen Radius und geht daher durch den Felgenmittelpunkt *M*.

In dieser Abbildung ist die Kaustik an einem sphärischen Spiegel dargestellt:

(Quelle https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Nephroide-kaustik.svg)



Es ergibt sich also ein heller Lichtstreifen an der Grenze zum unbeleuchteten Gebiet und ein heller Punkt auf dem Zentralstrahl – das ist der Brennpunkt der achsennahen Strahlen.

Der Vorteil einer Felge gegenüber anderen Gerätschaften (z. B. Tortenringen oder Tassen) zeigt sich durch das Auftreten dunklerer Streifen im Lichtmuster der Kaustik: diesen (im Prinzip) unbeleuchteten Flächen fehlt das Licht, das in gerader Linie unreflektiert durch die Speichenlöcher hindurchgehen kann. Die unterschiedliche messbare Breite dieser dunklen Streifen erklärt sich durch die unterschiedlichen Orientierungen der Durchmesser der Speichenlöcher gegenüber den einfallenden Lichtstrahlen.

Betrachtet man die durch die Sonne hervorgerufene Kaustik über einen Tag hinweg, so „dreht“ sich die Kaustik mit der Sonnenrichtung mit, also von oben betrachtet im Uhrzeigersinn. Weiterhin ist die Kaustik um so näher an der Felge, je höher der Sonnenstand ist.

Zusatzüberlegungen (die allerdings in der Aufgabenstellung nicht gefordert waren)

Es bietet sich an, ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit dem Ursprung $(x;y) = (0;0)$ im Mittelpunkt *M* und der *x*-Richtung in Richtung der einfallenden Lichtstrahlen einzuführen; durch die bekannte Anzahl der Speichenlöcher L_i, $i = 1 – n$, ergeben sich ihre Positionswinkel, daraus ihre Koordinatenwerte (x_i; y_i) und die daraus ableitbare Breite der dunklen Streifen – dies ist eine durchaus lohnende Aufgabe für die Arbeit mit einem Geometrieprogramm.

PW 24 F 3 – Tropfen am Glas

Grundsätzlich sind die Tropfen an der Glasscheiben mehreren Kräften unterworfen:

- Der Gravitation, die senkrecht nach unten wirkt,
- gegebenenfalls der Kraft, die durch den Wind hervorgerufen wird – wirkt in der Richtung der Luftbewegung,
- der Oberflächenspannung, die den Topfen zusammenhält,
- der Reibung, die entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung wirkt; diese Reibungskraft ist die Adhäsion zwischen Tropfen und Glas.

Da die Reibung in der Richtung entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung wirkt, stellt sich in allen hier zu betrachtenden Fällen nach kurzer Zeit / Wegstrecke eine im Wesentlichen **konstante Geschwindigkeit** ein.
Da andererseits die Reibung mit der Größe der Kontaktfläche wächst, diese aber nicht proportional mit der Masse wächst, haben Tropfen höherer Masse eine höhere Endgeschwindigkeit.
Nun verlieren die Tropfen auf ihrem Weg über die Scheibe laufend Wasser, werden also immer kleiner. Dies führt dazu, dass die Tropfenspur nicht beliebig lang werden kann (und der Resttropfen immer langsamer wird).
Die Oberflächenspannung ist bei der Bewegung unwesentlich.

Des Weiteren soll davon abgesehen werden, dass die Scheibe möglicherweise nicht gänzlich sauber oder uneben ist, was jeweils dazu führen würde, dass die Bahn der Tropfen Knicke aufweist.
Auch das „Aufsammeln" von anderen Tropfen durch einen Tropfen soll ausgeschlossen sein.

Mit diesen Überlegungen ergeben sich für die zu betrachtenden Vorgänge folgende Erwartungen:

- Ist die Tropfenmasse zu klein, bewegt der Tropfen sich gar nicht.
- Rinnt der Tropfen ohne äußere Luftbewegung, also insbesondere ohne seitlichen Wind, an der Scheibe herunter, so hat der Tropfen eine konstante senkrechte Geschwindigkeit, zumindest solange, wie wir den Wasserverlust nicht berücksichtigen müssen. Diese Geschwindigkeit liegt je nach Tropfenmasse zwischen 2 cm/s und 15 cm/s. Berücksichtigen wir den Masseverlust, so wird der Tropfen auf seiner Bahn allmählich langsamer.
- Rinnt der Tropfen in ein Gebiet, in dem an der Scheibe eine waagerechte Luftbewegung herrscht, also hier in das Gebiet, das vom Luftstrahl des Föns überstrichen wird, so wird die Bahn des Tropfens vom Fön weg gekrümmt. Da in den Außengebieten des Luftstrahls die Geschwindigkeit der vorbeistreichenden Luft geringer ist als im Kernbereich, ergibt sich als Tropfenbahn:
  - senkrechte konstante Bewegung außerhalb des Luftstroms
  - Krümmung der Bahn vom Fön weg beim Eintritt in den Luftstrahl

- schräge konstante Bewegung beim Durchqueren des Luftstrahl
- Rückkrümmung zur Senkrechten beim Austritt aus dem Luftstrahl
- senkrechte konstante Bewegung außerhalb des Luftstrahls.

Die senkrechte Kraft durch die Gravitation ändert sich nicht; wohl aber kommt dazu noch die senkrechte Komponente der Bremskraft, so dass die wirkende senkrechte Gesamtkraft (etwas) vermindert wird. Die senkrechte Geschwindigkeitskomponente wird also auf dem schrägen Teil der Bahn etwas geringer sein. Im Luftstrahl kommt infolge der Kraftwirkung durch die vorbeiströmende Luft eine waagerechte Geschwindigkeitskomponente hinzu: Auf dem schrägen Teil der Bahn ist der Tropfen deutlich schneller als auf dem senkrechten Teil der Bahn.
Hierbei gilt: $v_{ges} \approx \frac{v_z}{\cos\alpha}$, wobei α der Winkel der Bahn gegen die Senkrechte ist.

Beim Anfahren der S-Bahn wird die Bahn der Tropfen an der Scheibe aus der Senkrechten immer stärker in eine Schräge umgelenkt, um dann (idealerweise) in eine Bahn mit konstantem Schräglaufwinkel zu enden.