

# Pythagoras ohne Quadrate

WOLFGANG GÖBELS

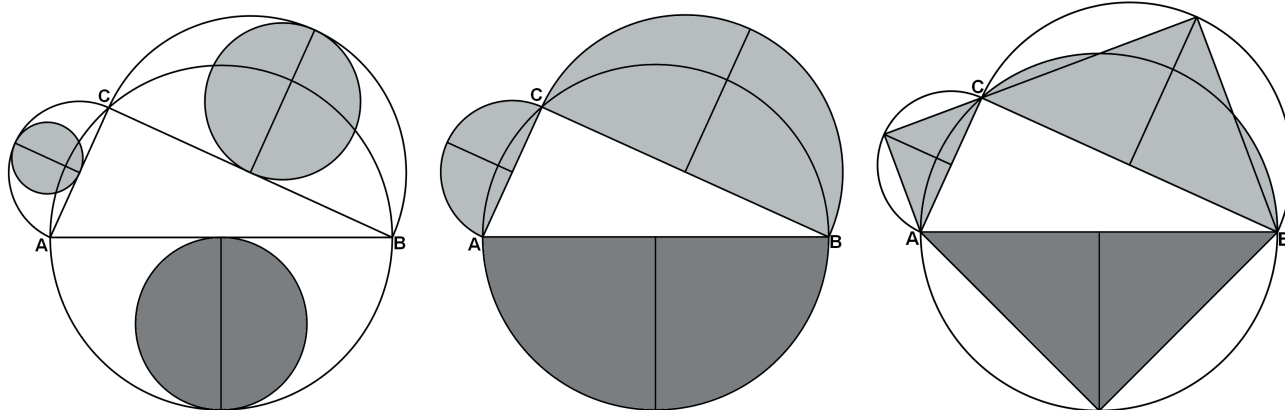
## Online-Ergänzung

WOLFGANG GÖBELS

# Pythagoras ohne Quadrate



In den abgebildeten rechtwinkligen Dreiecken  $ABC$  sind über den drei Seiten jeweils Kreise, Halbkreise und gleichschenkelig-rechtwinklige Dreiecke gezeichnet. Hierbei soll jeweils der Basiswinkel  $\alpha$  beliebige Werte im Bereich  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  annehmen können.



Zeige, dass in jeder der drei Abbildungen die Flächeninhaltssumme der hellgrauen Kathetenfiguren genauso groß ist wie der Flächeninhalt der zugehörigen dunkelgrauen Hypotenusenfigur.

Dipl.-Math. WOLFGANG GÖBELS, [Wolfgang.Goebels@t-online.de](mailto:Wolfgang.Goebels@t-online.de)



**Lösung**

Die Radien der Kreise sind jeweils  $\frac{1}{4}$  mal so groß wie die zugehörigen Dreiecksseiten.

$$\pi\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \pi\left(\frac{b}{4}\right)^2 = \pi\left(\frac{c}{4}\right)^2$$

ist nach Multiplikation beider Seiten mit  $\frac{16}{\pi}$  äquivalent zu  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Die Radien der Halbkreise sind jeweils  $\frac{1}{2}$  mal so groß wie die zugehörigen Dreiecksseiten.

$$\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$$

ist nach Multiplikation beider Seiten mit  $\frac{8}{\pi}$  äquivalent zu  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Die Hypotenusen der gleichschenkligen-rechtwinkligen Dreiecke sind jeweils so groß wie die zugehörigen Dreiecksseiten.

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{c}{\sqrt{2}}\right)^2$$

ist nach Multiplikation beider Seiten mit 4 äquivalent zu  $a^2 + b^2 = c^2$ .

*Dipl.-Math. WOLFGANG GÖBELS, [Wolfgang.Goebels@t-online.de](mailto:Wolfgang.Goebels@t-online.de)*