Kopiervorlage – Schülerarbeitsblatt
Mittenviereck

# 5.4 Mittenviereck

## *Jahrgangsstufe 7 – 9*

*Der Satz von Varignon über die Mittenvierecke eignet sich besonders für Aspekte des Problemlösens und heuristischen Arbeitens im Sinne der dritten Winter'schen Grunderfahrung.*

*Der Einsatz von DGS beim Problemlösen, bei explorativem und entdeckendem Lernen und visuellem Beweisen erweitert den Werkzeugcharakter von DGS und betont den Aspekt des heuristischen Denkwerkzeugs. Das Beispiel zeigt, wie die Schülerinnen und Schüler selbstständig Gesetzmäßigkeiten entdecken können. Dabei können sie durch dynamische Geometrie-Software unterstützt eigene Beweisideen erarbeiten und erste (präformale) Beweise führen.*

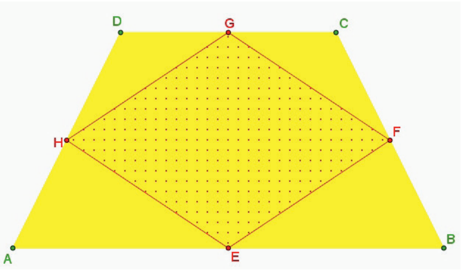


*Abbildung 5.4*

**Das dynamische Arbeitsblatt beginnt mit einem experimentellen, explorierenden Zugang in Teil a).**

**Die Überlegungen in Teil b) und c) sind im Finden der geeigneten Hilfslinien durchaus anspruchsvoll. Deswegen werden gestuft Hilfen angeboten.**

### Aufgabe: Mittendrin

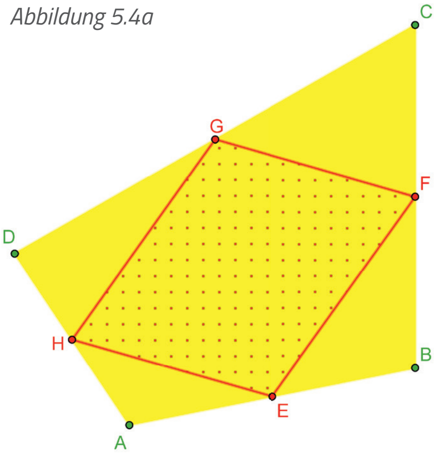
Es ist ein Viereck ABCD gegeben, das du durch Ziehen an den Eckpunkten verändern kannst.

E, F, G und H sind die Mittelpunkte der Seiten.

a) Beobachte das innere Viereck EFGH, wenn das Viereck ABCD
   - ein Rechteck ist
   - ein Quadrat ist
   - eine Raute ist
   - ein Parallelogramm ist
   - ein Trapez ist
   - ein beliebiges Viereck ist.

   Was stellst du fest?

*Abbildung 5.4a*




b) Kannst du begründen, warum deine Beobachtung richtig sein muss?
   *Tipp: Unterteile das Viereck ABCD durch eine geeignete Hilfslinie.*

c) Wie groß ist das innere Viereck EFGH im Vergleich zum äußeren Viereck ABCD?
   *Tipp: Verbinde den Mittelpunkt M der Diagonalen AC mit den Eckpunkten E, F, G, H.*

VORLIEGENDE DATEIEN

5-4_mittenviereck.ggb
*www.geogebra.org/m/S3WgTwa3*

5-4_mittenviereck.tns
*www.mnu.de/weko/5-4_mittenviereck.tns*


***Arbeitsgruppe Werkzeugkompetenzen:***
*Gaby Heintz, Hans-Jürgen Elschenbroich, Heinz Laakmann, Hubert Langlotz, Michael Rüsing, Florian Schacht, Reinhard Schmidt, Carsten Tietz*

Kopiervorlage – Hinweise für Lehrer
Mittenviereck

*VORKENNTNISSE*

***Die Schülerinnen und Schüler sollten über folgende Kenntnisse verfügen:***

- *Vierecke*
- *Achsensymmetrie*
- *Kongruenz von Dreiecken*
- *Mittellinie in Dreiecken oder zentrische Streckung / Strahlensatz.*

## Hinweise zur Lösung

Wesentliche Erkenntnisse bei der Lösung der Aufgabe sind

Die Schülerinnen und Schüler entdecken, dass das Mittenviereck immer ein Parallelogramm ist. Dabei lernen sie, systematisch Spezialfälle zu explorieren und zu verallgemeinern.

Bei den Aufgabenteilen b) und c) ist die heuristische Strategie zielführend, Hilfslinien einzuzeichnen. In den dynamischen Arbeitsblättern können die Schülerinnen und Schüler sich dazu gestuft Tipps anzeigen lassen, da das völlig selbstständige Finden der Hilfslinien sehr anspruchsvoll ist.

**Zu a)**
- Beim Rechteck ist das Mittenviereck eine Raute,
- beim Quadrat ein Quadrat,
- bei der Raute ein Rechteck,
- beim Parallelogramm ein Parallelogramm,
- beim Trapez eine Raute
- beim beliebigen Viereck ein Parallelogramm.

**Zu b)**
Die Diagonale AC zerteilt das Viereck ABCD in zwei Dreiecke ABC und ACD.

Argumentation 1: Die Strecken EF und GH des Mittendreiecks sind Mittelparallelen in diesen Dreiecken. Das folgt die Parallelität von EF und GH.

Argumentation 2: Das Dreieck ABC entsteht aus dem Dreieck EBF durch eine zentrische Streckung von B aus mit dem Faktor 2. Und entsprechend das Dreieck ACD aus dem Dreieck HGD.

Dann erfolgt die entsprechende Argumentation zu der Diagonalen BD.

Damit ist gezeigt, dass die gegenüberliegenden Seiten des Mittenviereckes jeweils parallel sind.

**Zu c)**
Verbindet man den Mittelpunkt M der Diagonalen AC mit den Eckpunkten E, F, G, H des Mittenvierecks, so wird offensichtlich, dass das Viereck ABCD so in Teildreiecke zerlegt wird, dass jeweils ein „gelbes" und ein „rot gepunktetes" Dreieck kongruent sind. Daher ist der innere rot gepunktete Teil des Vierecks ABCD genau so groß wie die gelbe Restfläche. Oder anders gesagt: Das Viereck ABCD ist doppelt so groß wie sein Mittenviereck.

**MEHRWERT**

Bei der Suche nach Erkenntnissen und Begründungen hilft die dynamische Geometrie-Software. Sie wird somit zum Erkenntniswerkzeug. Dies trifft insbesondere hier auf einer präformalen, explorierenden Ebene zu, wenn die Schülerinnen und Schüler experimentell Parallelitäten überprüfen, Winkel und Längen messen und Flächeninhalte messen und vergleichen. Entdecken und Begründen und sind nicht aufs Gymnasium beschränkt, sondern können auch auf einem weniger formalen und mehr explorierenden Level stattfinden.

Die Problemlösekompetenz wird gefördert durch:

- systematisches Variieren (dabei Entdecken von typischen Fällen)
- Anwenden der Problemlösestrategie „Einzeichnen von Hilfslinien".

Die Kommunikationskompetenz wird gefördert durch:

- Beschreibung mathematischer Sachverhalte in eigenen Worten
- ggf. Formulierung des Beweises.

**WERKZEUGKOMPETENZEN**

Die Schülerinnen und Schüler müssen den Zugmodus beherrschen, Winkel und Längen messen, Flächeninhalte messen, Parallelität überprüfen. Außerdem müssen sie Hilfetexte über Kontrollkästchen abrufen können.

**LITERATUR**

Biehler, R., Dutkowski, W., Elschenbroich, H.-J.; Heintz, G.; Hollendung, K. & Kuzle, A. (2014): Geometrie lehren und lernen – kompetenzorientiert und dynamisch. In: Medienbrief 2/2014. LVR Zentrum für Medien und Bildung. Düsseldorf. S. 29 – 30 *www.medien-und-bildung.lvr.de/media/lehr__und_paedagogische_fachkraefte/medienbrief/medienbrief_2014_2_mathematik/Medienbrief_2014-2_FINAL_Web.pdf*

Elschenbroich, H.-J.; Seebach, G. (2011): Geometrie entdecken!, Teil 2. co.Tec Verlag

***Arbeitsgruppe Werkzeugkompetenzen:***
*Gaby Heintz, Hans-Jürgen Elschenbroich, Heinz Laakmann, Hubert Langlotz, Michael Rüsing, Florian Schacht, Reinhard Schmidt, Carsten Tietz*