Ma A 17/11 Rü_Online-Ergänzung

Schmecken Kölsch und Alt unterschiedlich?

Jörn Meyer

Online-Ergänzung

Schmecken Kölsch und Alt unterschiedlich?

Jörn Meyer

Der Düsseldorfer Hochschulprofessor Helmut Quack hat ein Experiment durchgeführt, um nachzuweisen, dass sich Kölsch und Alt im Geschmack nicht unterscheiden. Die Zeitschrift bild der wissenschaft hat darüber in einer kurzen Notiz (Kohlhammer, 2016) berichtet. Der Forscher hat bei seinem Experiment insgesamt 50 Männer jeweils vier Bierproben beurteilen lassen. Alle Teilnehmer des Experiments haben von sich im Vorfeld behauptet, die Biere am Geschmack unterscheiden zu können. Die Bierproben hatte einheitlich eine Temperatur von 12 °C. Es wurde darauf geachtet, dass die Schaumkrone bei jeder Probe genau 1 cm hoch war. Im Ergebnis zeigte sich, dass in 55 % der Proben die richtige Biersorte herausgefunden wurde. Der Professor wird zitiert mit der Aussage »*Nur zu 55 % wird das Bier richtig erkannt, was auf Zufalls- bzw. Ratenniveau liegt.*« (Quack, 2017, 1)

Aufgabenstellungen

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 55 % [höchstens 50 %; höchstens 223] der Proben richtig erkannt wurden, wenn jeweils nur geraten wurde. Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachkontext.

b) Entwicklung eines Hypothesentests:

(1) Entwickeln Sie einen geeigneten Hypothesentest mit einem Signifikanzniveau von 5 % [1 %].

(2) Bestimmen Sie jeweils den Annahme- und Ablehnungsbereich, berechnen Sie den Fehler der ersten Art und interpretieren Sie ihn im obigen Sachzusammenhang.

(3) Beschreiben Sie den Fehler der zweiten Art im Sachkontext. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit seines Auftretens für den Fall, dass die »Geschmacksquote« tatsächlich bei 55 % liegt.

c) Nehmen Sie Stellung zur Aussage des Professors: »*Nur zu 55 % wird das Bier richtig erkannt, was auf Zufalls- beziehungsweise Rateniveau liegt*«.

MNU Journal – Ausgabe 3.2017 – ISSN 0025-5866 – © Verlag Klaus Seeberger, Neuss

Lösungsvorschlag

Die dargestellten Aufgabenstellungen wurden als Anwendungsaufgaben im Bereich des Hypothesentests binomialverteilter Zufallsgrößen im Unterricht eingesetzt. Die Aufgabe kann jedoch auch zum Einstieg in das Testen von Hypothesen verwendet werden.
Aufgabenteil a) kann als Anwendung im Bereich binomialverteilter Zufallsgrößen bearbeitet werden.

a) Die Zufallsgröße X beschreibe die Anzahl der richtig erkannten Proben. Wenn nur geraten wurde, kann angenommen werden, dass sie binomialverteilt ist mit $n = 400$ und der Trefferwahrscheinlichkeit (Geschmacksquote) $p = 0{,}5$.
Es gilt
$\mathrm{P}(X \geq 220) \approx 2{,}6\%$,
$\mathrm{P}(X \leq 200) \approx 52\%$,
$\mathrm{P}(X \leq 223) \approx 99{,}1\%$.

Interpretation:
Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 220 Proben richtig geraten werden, liegt unter 3%.
Etwas mehr als die Hälfte der Probanden raten höchsten jede zweite Probe richtig.
Höchstens 223 Proben richtig zu raten, ist zu 99,1% wahrscheinlich.

b) Rechtsseitiger Hypothesentest

(1) Für die Nullhypothese H_0: $p = 0{,}5$ wählt man die Alternativhypothese H_A: $p > 0{,}5$. Dabei handelt es sich um einen rechtsseitigen Hypothesentest, der zunächst mit einem Signifikanzniveau von 5 % erfolgen soll. H_0 wird verworfen, wenn die erkannten Proben deutlich über dem Erwartungswert 200 liegen. Andernfalls wird H_0 angenommen.

(2) H_0 soll angenommen werden, wenn die erkannte Probenanzahl im Annahmebereich $A = [0;\ b]$ liegt. Dabei ist b die kleinste Zahl mit $\mathrm{P}(X \leq b) \geq 0{,}95$. Man erhält $b = 216$ und den Annahmebereich $A = [0;\ 216]$ sowie den Verwerfungsbereich $V = [217;\ 400]$. Daher wird im Fall von 220 richtig erkannten Proben die Nullhypothese verworfen.
Der Fehler 1. Art beträgt (Irrtumswahrscheinlichkeit) dabei $\mathrm{P}(X \geq 217) \approx 4{,}9\ \%$. Mit einer Wahrscheinlichkeit von knapp 5% nimmt man irrtümlich an, dass die Probanden besser als Raten waren, obwohl sie tatsächlich nur geraten haben.
Bei einem Signifikanzniveau von 1% erhält man analog den Annahmebereich $A = [0;\ 223]$, den Verwerfungsbereich $[224;\ 400]$ und den Fehler 1. Art von $\mathrm{P}(X \geq 224) \approx 0{,}9\%$.

(3) Für den Fehler 2. Art berechnet man $\mathrm{P}_{p=0{,}55}(X \leq 216) \approx 36{,}2\ \%$. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 36,2 % wird also fälschlicherweise angenommen, dass die Probanden raten, obwohl sie mit $p = 0{,}55$ besser als raten waren.
Bei einem Signifikanzniveau von 1% ergibt sich analog $\mathrm{P}_{p=0{,}55}(X \leq 223) \approx 63{,}7\ \%$.

c) Auf einem üblichen Signifikanzniveau von 5% muss dem Professor widersprochen werden, da 220 im Verwerfungsbereich liegt und die Nullhypothese „Die Probanden haben geraten“ verworfen wird.
Wählt man ein Signifikanzniveau von 1%, wird die Nullhypothese allerdings angenommen.

Literatur

KOHLHAMMER, K. (Hg.) (2016). Wie Kölsch und Alt schmecken. *bild der wissenschaft, 53*(11), 42.

QUARK, R. (2016). KÖLSCH versus ALT: Erkenntnisse aus konsumentenpsychologischen Experimenten. *http://fhdd.opus.hbz-nrw.de/volltexte/2016/974/pdf/HSD_FBW_Ausgabe34.pdf* (23.03.2017).

MNU Journal – Ausgabe 3.2017 – ISSN 0025-5866 – © Verlag Klaus Seeberger, Neuss