

Geniale Ideen großer Mathematiker (7)



AL-KHWARIZMIS Methode zur Lösung quadratischer Gleichungen

HEINZ KLAUS STRICK

Online-Ergänzung

AL-KHWARIZMIS Methode zur Lösung quadratischer Gleichungen

ABU JAFAR MOHAMMED IBN MUSA AL-KHWARIZMI (780 – 850) gilt als der Vater der Algebra; sein Hauptwerk trägt den Titel *Al Kitab al-muhtasar fi hisab al-gabr w-al-muqabala* (Ein kurzgefasstes Buch über die Rechenverfahren durch Ergänzen und Ausgleichen).



Zu Zeiten des AL-KHWARIZMI wurden nur Gleichungen mit positiven Koeffizienten und positiven Lösungen betrachtet. Sie wurden nach bestimmten Verfahren schematisch gelöst; die Begründung für die Vorgehensweise erfolgte mithilfe geometrischer Figuren.

Beispiel 1: Lösung der Gleichung $x^2 + 10x = 39$

Erläutern Sie die einzelnen Schritte:

Das Quadrat rechts hat die Seitenlänge x . Dieses wird um zwei Rechtecke mit den Seitenlängen ___ und ___ ergänzt.

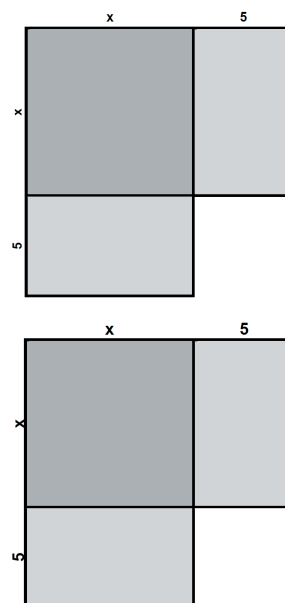
Die Figur hat also insgesamt den Flächeninhalt _____.

Ergänzt man die Figur zu einem Quadrat („quadratische Ergänzung“), dann setzt es sich zusammen aus _____

Der Flächeninhalt der neuen Quadratfigur ist also: _____.

Die Seitenlänge des großen Quadrats ist demnach ____.

Hieraus ergibt sich, dass das innere Quadrat die Seitenlänge $x =$ ___ haben muss.



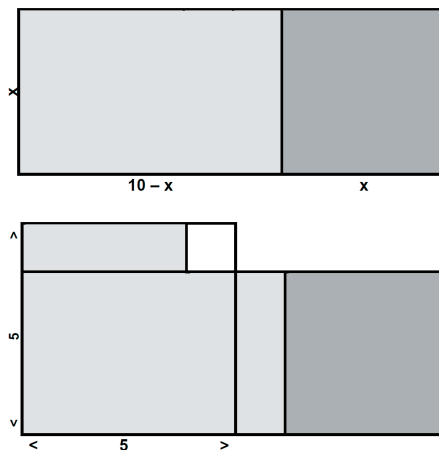
Beispiel 2: Lösung der Gleichung $x^2 + 21 = 10x$

Erläutern Sie die einzelnen Schritte:

Das große Rechteck rechts hat die Seitenlängen ___ und ___, also den Flächeninhalt ___.

Rechts trennt man ein Quadrat mit Flächeninhalt ___ ab; das restliche Rechteck hat den Flächeninhalt ___.

Halbiert man nun die Grundseite des ursprünglichen Rechtecks und ergänzt die linke Hälfte der Figur zu einem Quadrat, dann setzt sich dieses Quadrat aus drei Teilflächen zusammen:



Es besteht aus einem Rechteck mit den Seitenlängen ___ und ___, oben aus einem Rechteck mit den Seitenlängen ___ und ___ sowie einem (kleinen) Quadrat mit der Seitenlänge ___, also dem Flächeninhalt _____.

Da das (große) Quadrat links den Flächeninhalt ___ hat und die beiden Rechtecke links zusammen den Flächeninhalt ___ haben, hat das kleine weiße Quadrat den Flächeninhalt ___, also die Seitenlänge ____.

Hieraus folgt, dass die unbekannte Länge x gleich ___ sein muss.

Zusatzfrage: Was ist, wenn man in Beispiel 2 die Seitenlänge x grösser als 5 wählt?