

Mathematische Begabung und ihre Förderung im Unterricht

Volker Ulm, Universität Augsburg



0. Begabte fördern: Warum dieses Thema?

1. Modelle für Begabung

- IQ
- Multiple Intelligenzen
- Modell für mathematische Intelligenz

2. Förderung im regulären Unterricht

3. Förderung durch Enrichmentprogramme

4. Förderung durch spezielle Bildungsgänge

0. Begabte fördern: Warum dieses Thema?

Pressemitteilung des DPhV vom 08.01.2008



Deutschland tut zu wenig für seine besonders begabten und hochbegabten Schülerinnen und Schüler.

Zu Recht haben die Anstrengungen in den letzten Jahren vor allem der zu großen Gruppe von Risikoschülern gegolten, die bei den internationalen Tests nicht einmal die Kompetenzstufe 1 erreicht haben.

Für die zu besonderen Leistungen fähigen Spitzenschüler gibt es bisher zu geringe spezielle Förderung, zu wenig Pluskurse und Zusatzangebote. Das Bekenntnis zur individuellen Förderung muss aber diese Schülergruppe mit einschließen und darf sich nicht auf Angebote für schwächere Lernende beschränken!

1. Begabung: Was ist das?

a) Intelligenzquotient IQ

Begabung

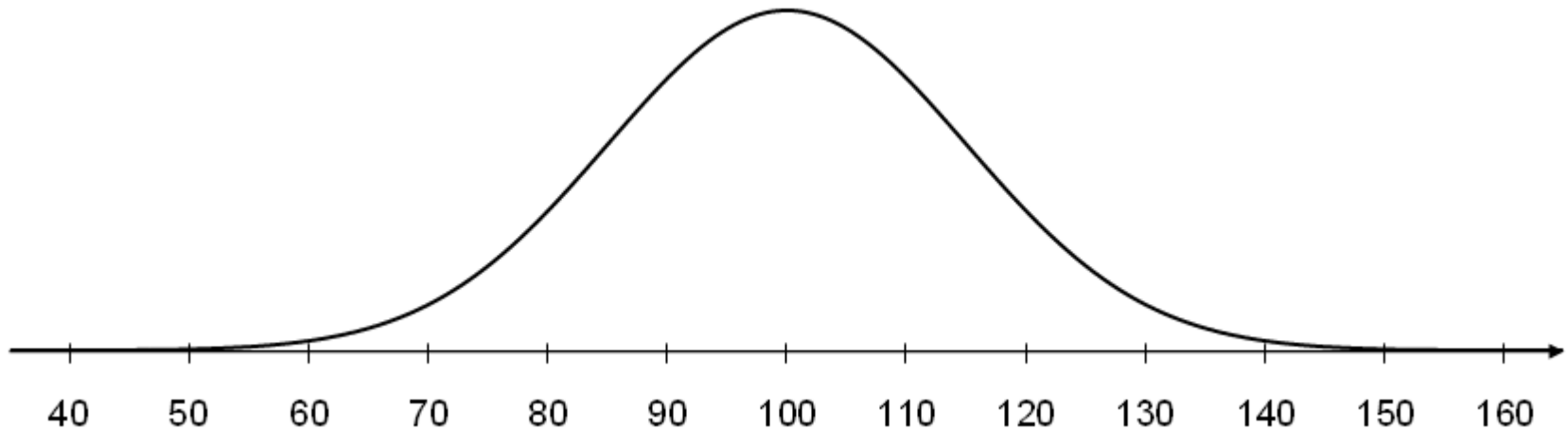
:= Intelligenz

**:= das, was Intelligenztests mit dem IQ
messen**

Was ist der IQ?

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

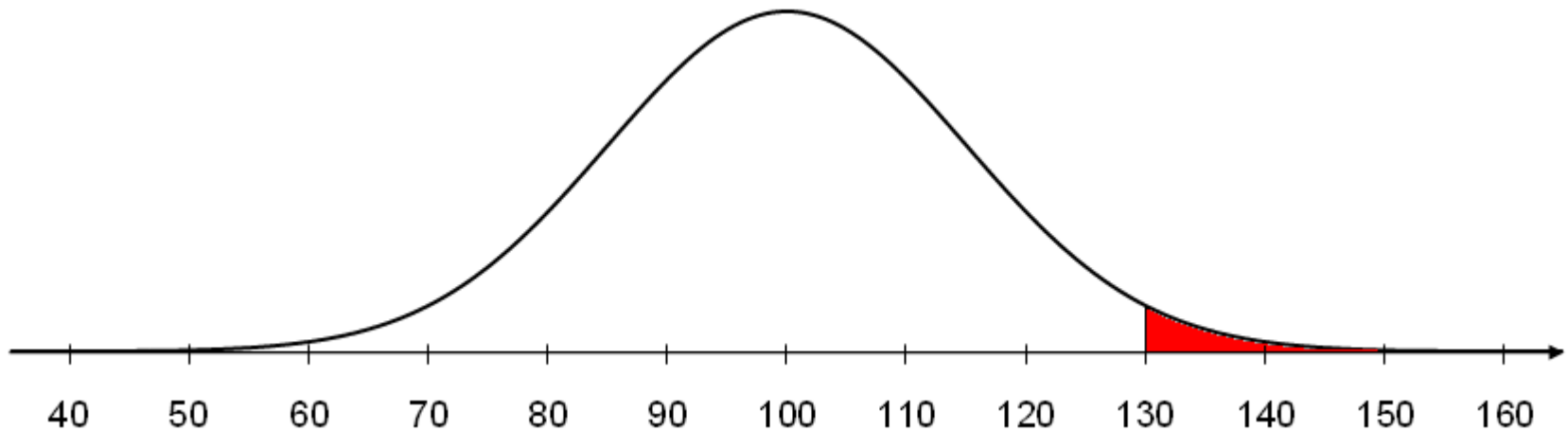
$$\mu = 100, \quad \sigma = 15$$



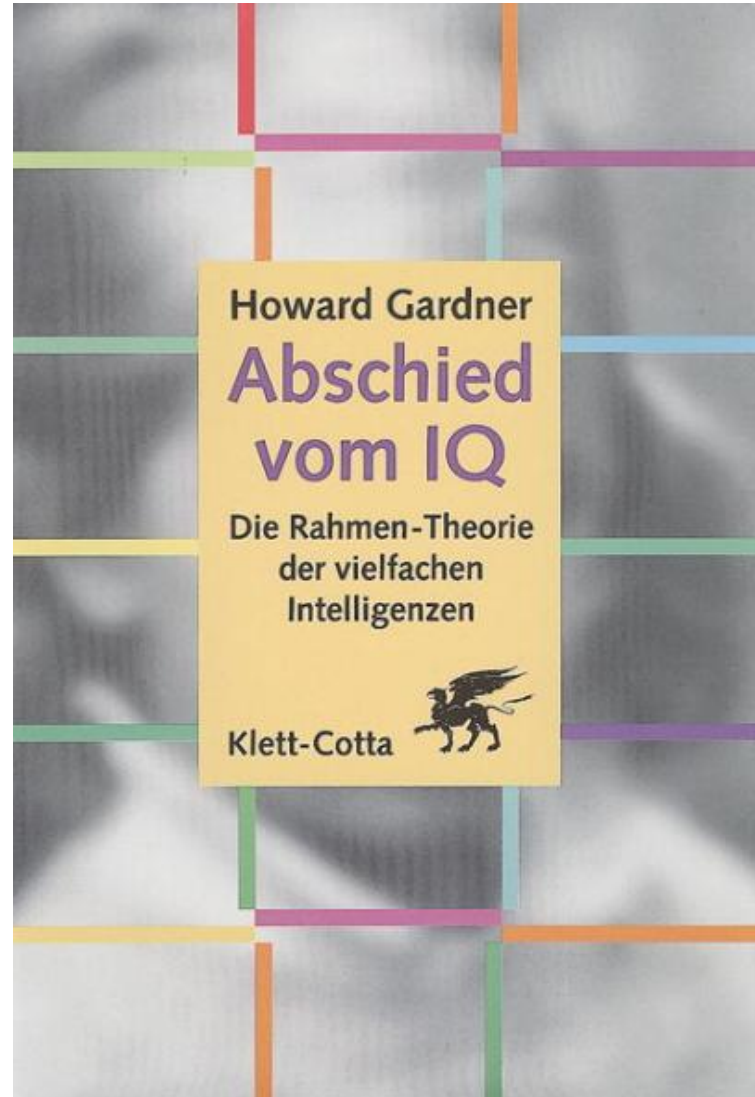
Hochbegabung

$$\text{IQ} - \mu \geq 2\sigma \quad \Leftrightarrow \quad \text{IQ} \geq 130$$

2% der Bevölkerung



b) Theorie der multiplen Intelligenzen



Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

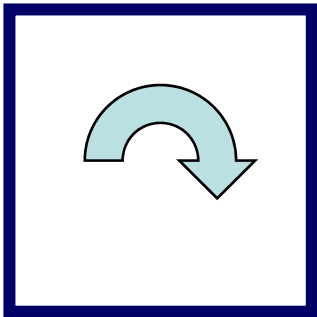
1. Sprachliche Intelligenz



Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

1. Sprachliche Intelligenz

2. Logisch-abstrakte Intelligenz



{0; 1; 2; 3}



Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

1. Sprachliche Intelligenz
2. Logisch-abstrakte Intelligenz
3. **Musikalische Intelligenz**



Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

1. Sprachliche Intelligenz
2. Logisch-abstrakte Intelligenz
3. Musikalische Intelligenz
4. **Räumliche Intelligenz**



Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

1. Sprachliche Intelligenz
2. Logisch-abstrakte Intelligenz
3. Musikalische Intelligenz
4. Räumliche Intelligenz
5. Körperlich-kinästhetische Int.



Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

1. Sprachliche Intelligenz
2. Logisch-abstrakte Intelligenz
3. Musikalische Intelligenz
4. Räumliche Intelligenz
5. Körperlich-kinästhetische Int.
6. Interpersonelle Intelligenz



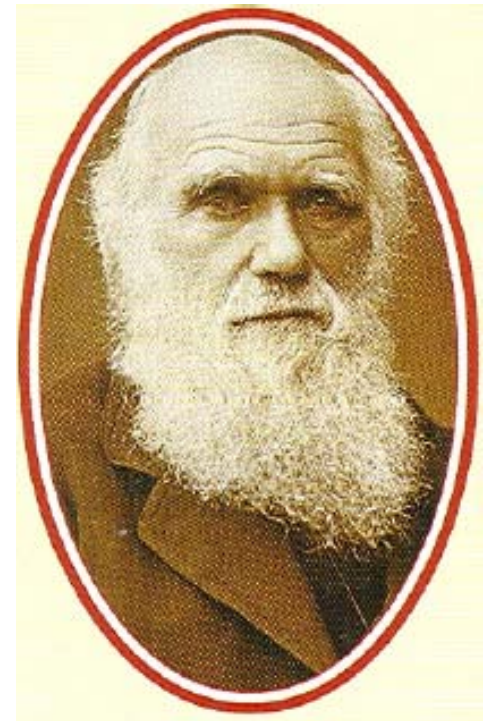
Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

1. Sprachliche Intelligenz
2. Logisch-abstrakte Intelligenz
3. Musikalische Intelligenz
4. Räumliche Intelligenz
5. Körperlich-kinästhetische Int.
6. Interpersonelle Intelligenz
7. Intrapersonelle Intelligenz



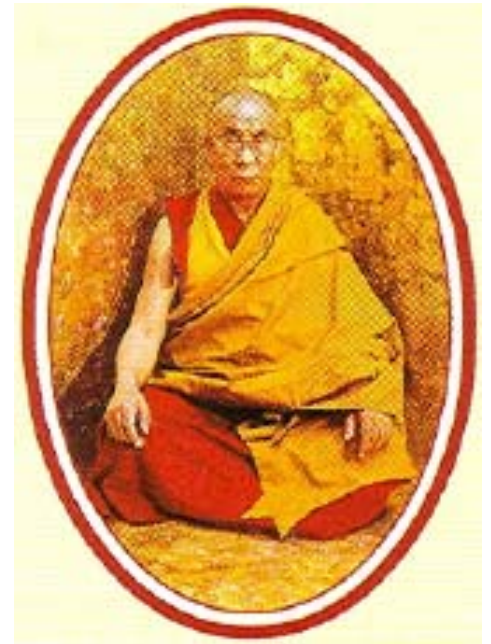
Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

1. Sprachliche Intelligenz
2. Logisch-abstrakte Intelligenz
3. Musikalische Intelligenz
4. Räumliche Intelligenz
5. Körperlich-kinästhetische Int.
6. Interpersonelle Intelligenz
7. Intrapersonelle Intelligenz
8. **Naturalistische Intelligenz**



Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

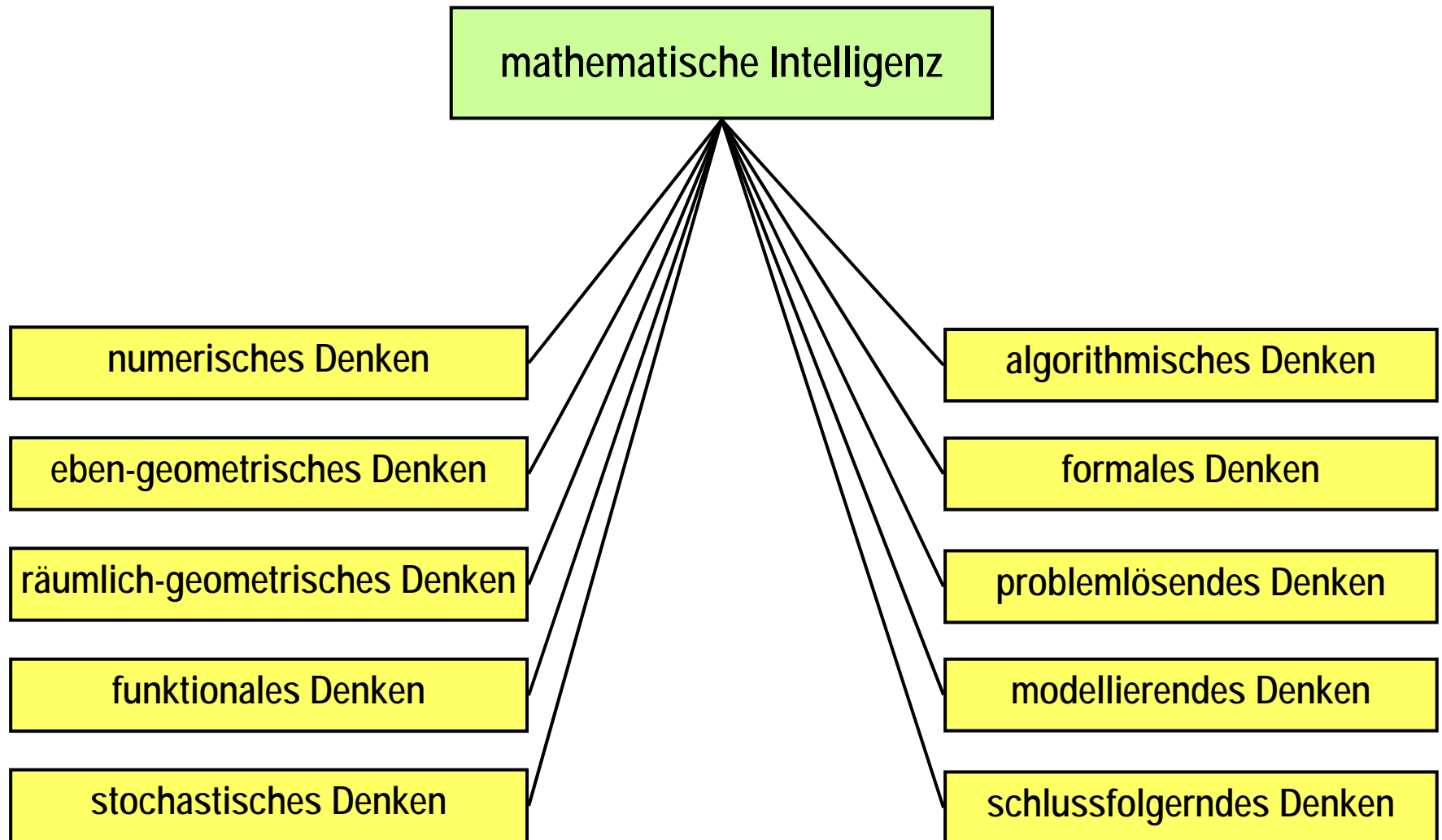
1. Sprachliche Intelligenz
2. Logisch-abstrakte Intelligenz
3. Musikalische Intelligenz
4. Räumliche Intelligenz
5. Körperlich-kinästhetische Int.
6. Interpersonelle Intelligenz
7. Intrapersonelle Intelligenz
8. Naturalistische Intelligenz
9. **Existenzielle Intelligenz**



Multiple Intelligenzen nach H. Gardner

1. Sprachliche Intelligenz
2. Logisch-abstrakte Intelligenz
3. Musikalische Intelligenz
4. Räumliche Intelligenz
5. Körperlich-kinästhetische Int.
6. Interpersonelle Intelligenz
7. Intrapersonelle Intelligenz
8. Naturalistische Intelligenz
9. Existenzielle Intelligenz

c) Modell mathematischer Intelligenz



Förderung begabter Schüler



regulärer Mathematik- unterricht

- Methodik
- Aufgaben

Zusatzangebote

- Pluskurse
- Wettbewerbe
- Feriencamps
- Überspringen
- Frühstudium

spezielle Bildungsgänge

- Begabtenzüge
- Begabten-
gymnasien

2. Förderung im regulären Unterricht

2. Förderung im regulären Unterricht

Johann Friedrich Herbart
(1776-1841)



„Die Nichtbeachtung der Verschiedenheit der Köpfe ist das entscheidende Hindernis aller Schulbildung.“

a) Unterrichtsmethodik

eigenverantwortlich

selbstorganisiert

kooperativ

individuell

entdeckend

forschend

experimentell

a) Unterrichtsmethodik



SINUS-Transfer

<http://www.sinus-transfer.de>

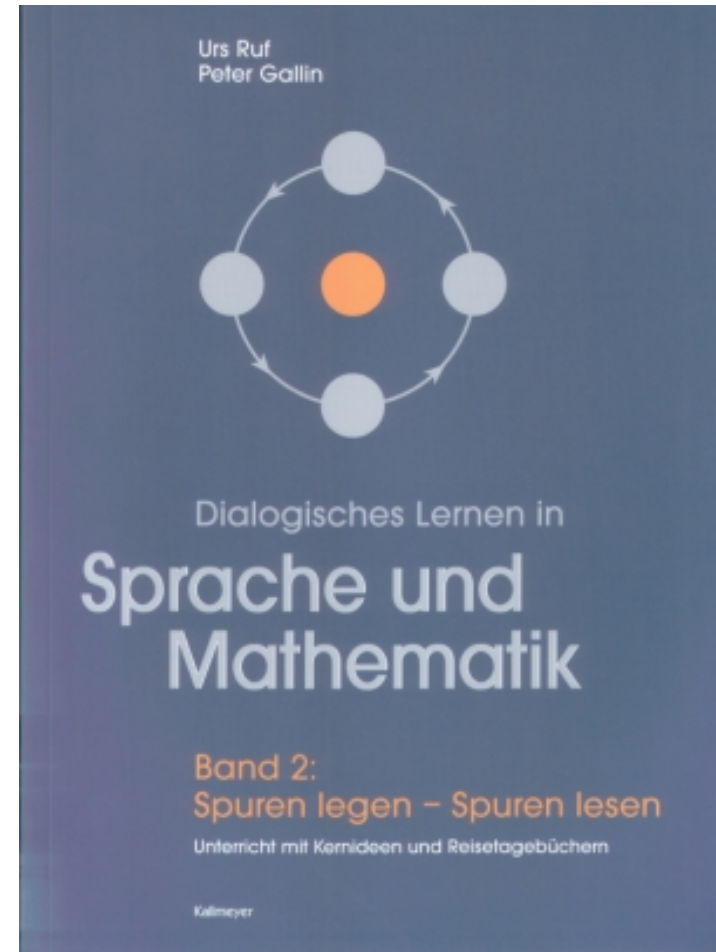
Wie viele Fußbälle liegen auf diesem Platz?



Ich – Du – Wir

nach

Gallin, P., Ruf, U.:
Dialogisches Lernen in
Sprache und Mathematik,
Kallmeyer, Seelze 1998



Ich – Du – Wir

ICH: Individuelles Arbeiten

Jeder einzelne Schüler macht sich eigenständig mit einer Thematik oder Problemstellung vertraut, stellt Bezüge zum eigenen Ich, zum individuellen Vorwissen her und geht eigene Schritte in Richtung einer Lösung.

Ich – Du – Wir

DU: Lernen mit einem Partner

Jeder Schüler tauscht sich mit einem Partner aus, erklärt seine Ideen, vollzieht die Gedanken des anderen nach und dringt so tiefer in das Themengebiet ein. In Partnerarbeit wird weiter an der Problemlösung gearbeitet.

Ich – Du – Wir

WIR: Kommunikation im Klassenteam

Die Resultate der Arbeitsgruppen werden im Klassenplenum präsentiert und diskutiert. Aus den Beiträgen aller wird ein gemeinsames Ergebnis erarbeitet.

Ich – Du – Wir

ICH: Individuelles Arbeiten

DU: Lernen mit einem Partner

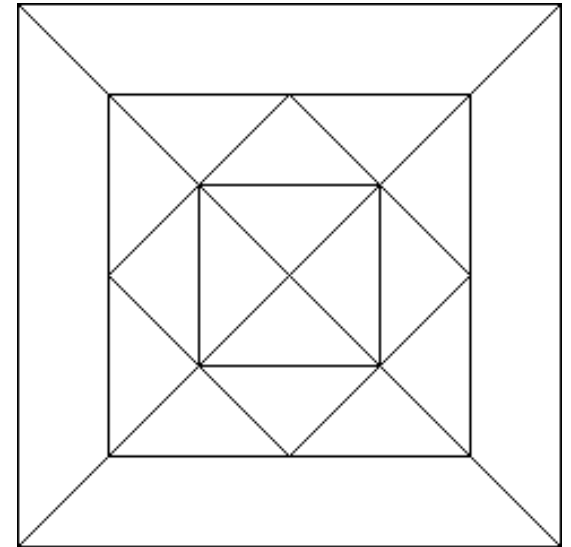
WIR: Kommunikation im Klassenteam

b) Offene Aufgaben – auch für Begabte



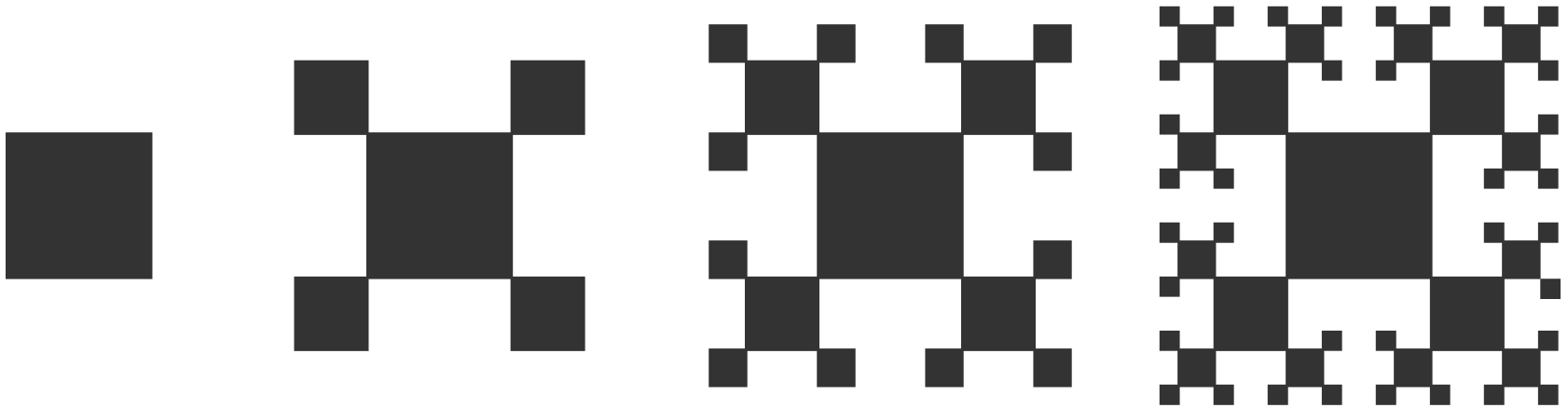
Mathematische Objekte erforschen

Hier siehst du das Muster eines Balkongitters:



- Entdecke möglichst viele Eigenschaften dieser Figur!
- Besprich deine Ideen mit deinem Nachbarn!
- Präsentiere mit deinem Nachbarn die schönsten Ergebnisse im Klassenteam.

Mathematische Objekte erforschen



- Entdecke möglichst viele Eigenschaften dieser Figuren!
- Besprich deine Ideen mit deinem Nachbarn!
- Präsentiere mit deinem Nachbarn die schönsten Ergebnisse im Klassenteam.



Mathematische Objekte erforschen

Aus einem Kreissektor wird ein Kegel hergestellt.

Untersuche, wie die Maße des Kegels (z.B. Höhe, Oberfläche, Volumen) von den Maßen des Sektors abhängen!



Mathematische Objekte erforschen

Betrachte die Schar von Funktionen

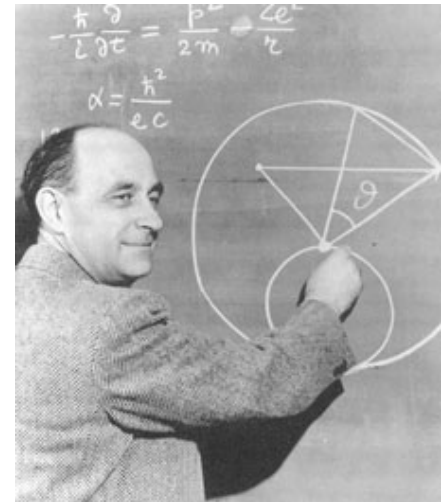
$$f(x) = \sqrt{x(a-x)}, \quad x \in D_{\max}$$

mit einem Parameter $a \in \mathbb{R}^+$

Entdecke möglichst vielfältige Eigenschaften dieser Funktionenschar.



Abschätzen



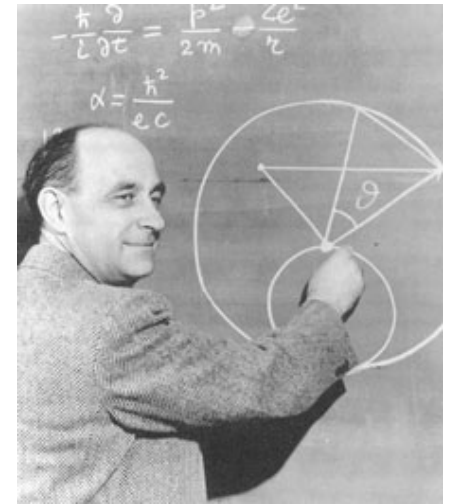
Haare wachsen sehr langsam. In der heutigen Mathematikstunde wächst jedes Haar auf deinem Kopf ein kleines Stückchen heraus.

Stelle dir alle diese kleinen Stückchen aneinander gelegt vor. Welche Haarlänge wächst insgesamt während dieser Unterrichtsstunde aus deinem Kopf heraus?



Abschätzen: Fermi-Fragen

- Wie lang hast du in deinem Leben insgesamt schon fern gesehen?
- Wie viel Zeit hast du in deinem bisherigen Leben im Badezimmer verbracht?
- Wie viele Noten werden an unserer Schule bzw. allen deutschen Schulen pro Jahr erteilt?
- Wie viele Zahnärzte gibt es in Deutschland?
- Wie viele Luftballons passen in unser Klassenzimmer?
- Wie viel wiegt die Luft im Klassenzimmer?
- Autoreifen werden mit der Zeit abgefahren. Wie viele Atome bleiben bei einer Radumdrehung im Schnitt auf der Straße?



3. Förderung durch Enrichmentangebote

3. Material für Enrichmentangebote

<http://www.lehrer-online.de/jahr-der-mathematik.php>

Begabte fördern

Wissenschaftsjahr 2008
Jahr der Mathematik

Tipps der Redaktion

$52 \quad 25^1 = 25$
 $25^2 = 625$
 $25^3 = 15625$

ALGEBRA
Die Suche nach idempotenten Zahlen liefert viele algebraische und zahlentheoretische Zusammenhänge.
▶ [Idempotente Zahlen](#)

ANALYSIS
Einführung in nichtlineare dynamische Systeme, die "Chaos-Theorie" und die damit verbundene fraktale Geometrie
▶ [Ein\(-\)Blick ins Chaos](#)



Neu bei Lehrer-Online: "Begabte fördern"

Im [Wissenschaftsjahr 2008](#) steht die Mathematik als faszinierende Wissenschaft, als Begleiterin in Beruf und Alltag und als Basis aller Naturwissenschaften im Mittelpunkt vielfältiger Angebote und Veranstaltungen. Bei Lehrer-Online wird anlässlich des Wissenschaftsjahres der neue Bereich "Begabte fördern" aufgebaut. Die hier veröffentlichten Materialien und Ideen eignen sich zur Förderung begabter und hochbegabter Schülerinnen und Schüler, zum Beispiel im Rahmen von Mathematik-Arbeitskreisen oder Projekttagen. Zum Teil können sie aber auch zur Binnendifferenzierung im normalen Mathematikunterricht verwendet werden. Die Akquise und Aufbereitung unseres "Startkapitals" zur Begabtenförderung im Mathematikunterricht erfolgte maßgeblich durch den [Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik](#) der Universität Augsburg.

3. Material für Enrichmentangebote

<http://www.lehrer-online.de/jahr-der-mathematik.php>

Vorstoß in die vierte Dimension -
der Hyperwürfel

Serien von gleichen Würfelzahlen

Von Kegeln zu höheren
algebraischen Kurven und zurück

Geradenscharen und Parabeln

Rechnen in Restklassen

Diophantische Gleichungen mit
Stammbrüchen

Idempotente Zahlen

Zahnräder im Mathematikunterricht

Verlust einer Dimension -
die Zentralperspektive

Bewegte Drehungen - Zykloiden

4. Förderung durch spezielle Bildungsgänge

- **Begabtenzüge**
- **Begabtingymnasien**

4. Förderung durch spezielle Bildungsgänge

- **Begabtenzüge**
- **Begabtgymnasien**



Die Zukunft kommt nicht, sie wird gemacht.

Und das Machbare braucht die Entwicklung von Vorstellungen – von dem was morgen nötig ist und dem was für übermorgen bedacht sein muss.

Ein Gymnasiallehrer für Mathematik und Physik