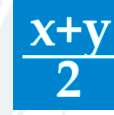


Prozessorientierte Kompetenzen

diagnostizieren und fördern im
Mathematikunterricht



Mathematische Kompetenzen



Mathematisch argumentieren

Kommunizieren

Math. Darstellungen verwenden

Problemlösen

Modellieren

Mit symbolischen, formalen,
technischen Elementen umgehen

Begriffsbilden ...

Muster und Strukturen

Größen und Messen

Zahlen und Operationen

Geometrie

Stochastik / Statistik

Arithmetik und Algebra

Funktionen



Beispiel: Pralinenaufgabe

Die Schachtel Pralinen ist 2,5 cm hoch. Nimm für alle Pralinen eine durchschnittliche Höhe von 1,5 cm an.

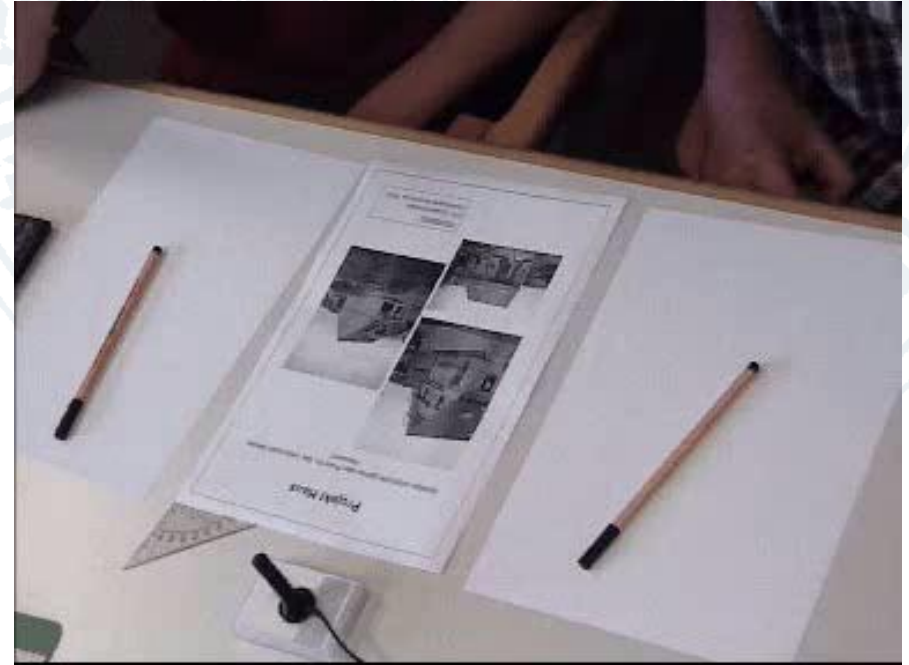
Wenn das Volumen des Inhalts 70 % (oder weniger) des Volumens der Verpackung beträgt, spricht man von einer Mogelpackung.

Handelt es sich hier um eine Mogelpackung? Begründe deine Meinung rechnerisch.



http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/aufbsp/masek1corn/bmk_2_5_1/bmk_2_5_1_ao.pdf

Untersuchung zum Problemlösen und Modellieren



Modellieren und Problemlösen

Modellieren

- Schülerinnen und Schüler nutzen Mathematik als Werkzeug zum Erfassen von Phänomenen der *realen Welt*.

Problemlösen

- Schülerinnen und Schüler strukturieren und lösen inner- oder außermathematische *Problemsituationen*, ... bei denen *nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen* werden kann.

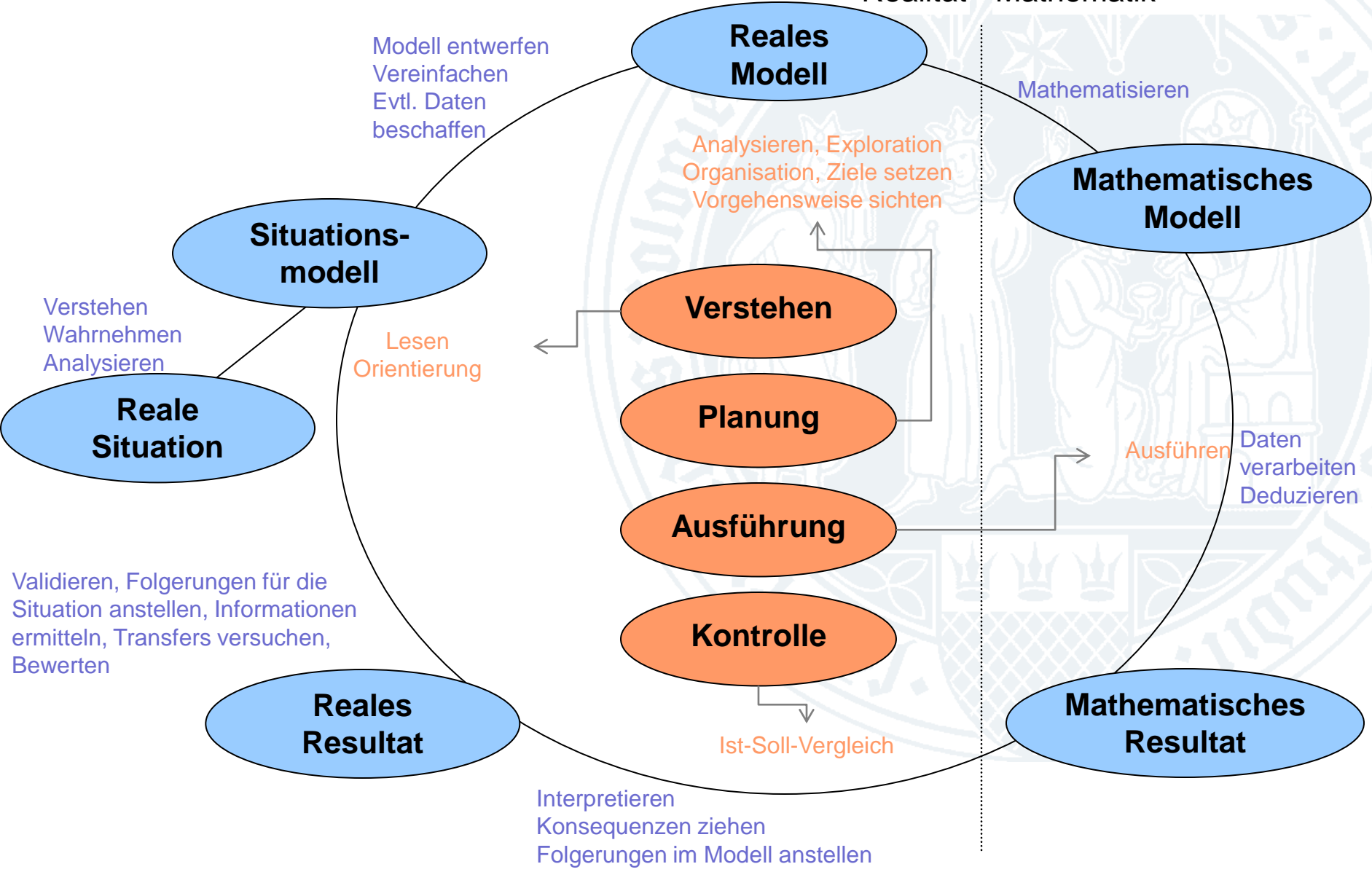
[KLP NRW]



Transkriptausschnitt

- 00:40 S1:
Ja eine Haushälfte. Warte wie lang ist ein ganzes Haus. Ein ganzes ist ungefähr mal zwölf Meter in der Länge. Dann ist das sechs Meter das andere ist auch ungefähr ne das passt nicht
- 00:58 S2:
Wie lang sind die immer? Dreißig irgendwie so was





Beispiele für verwendete Aufgaben

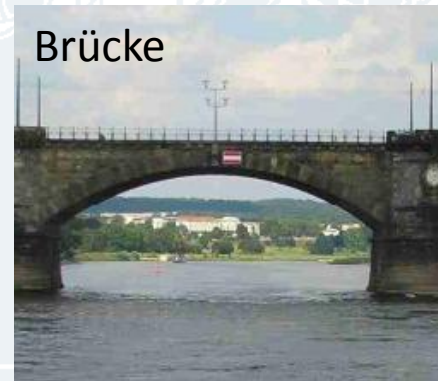
Haus



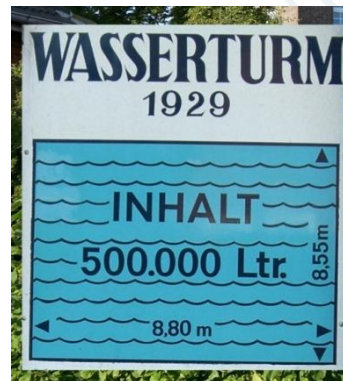
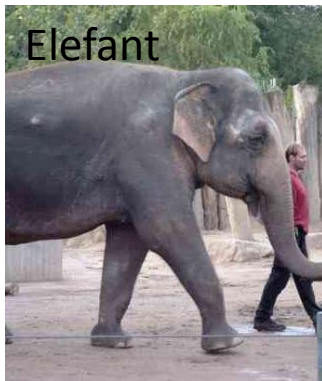
Glas



Brücke



Elefant



Stau



Planung

0:00	0:10	0:20	0:30	0:40	0:50
1:00	1:10	1:20	1:30	1:40	1:50
2:00	2:10	2:20	2:30	2:40	2:50
3:00	3:10	3:20	3:30	3:40	3:50
4:00	4:10	4:20	4:30	4:40	4:50
5:00	5:10	5:20	5:30	5:40	5:50
6:00	6:10	6:20	6:30	6:40	6:50
7:00	7:10	7:20	7:30	7:40	7:50
8:00	8:10	8:20	8:30	8:40	8:50
9:00	9:10	9:20	9:30	9:40	9:50
10:00	10:10	10:20	10:30	10:40	10:50
11:00	11:10	11:20	11:30	11:40	11:50
12:00	12:10	12:20	12:30	12:40	12:50
13:00	13:10	13:20	13:30	13:40	13:50
14:00	14:10	14:20	14:30	14:40	14:50
15:00	15:10	15:20	15:30	15:40	15:50
16:00	16:10	16:20	16:30	16:40	16:50
17:00	17:10	17:20	17:30	17:40	17:50
18:00	18:10	18:20	18:30	18:40	18:50
19:00	19:10	19:20	19:30	19:40	19:50
20:00	20:10	20:20	20:30	20:40	20:50
21:00	21:10	21:20	21:30	21:40	21:50
22:00	22:10	22:20	22:30	22:40	22:50
23:00	23:10	23:20	23:30		



Ergebnisse eines schriftlichen Tests

Alle Aufgaben

- Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums verwenden häufiger einen Maßstab (GY 30 %, RS 10 %, HS 5 %).
- An der Realschule wird häufiger mit in sich stimmigen Relationen von Längen gearbeitet (GY 19 %, RS 28 %, HS 16%).

Nur Modellierungsaufgabe

- An Real- und Hauptschulen Maßstabverwendung gering (4% bzw. 0 %) am Gymnasium 28 %.



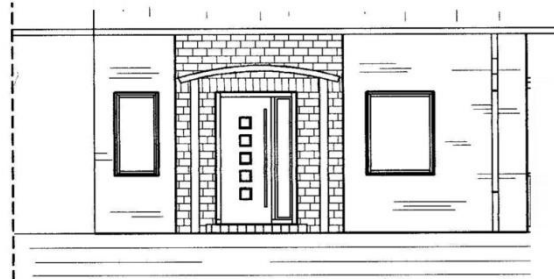
Aufgaben mit unterschiedlichem Modellierungsgrad

388 Schülerinnen und Schüler Klasse 7

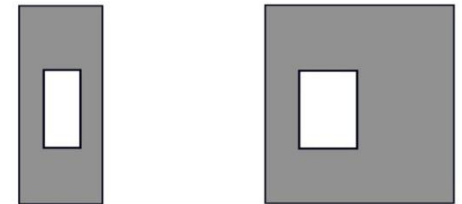
Variante 1



Variante 2



Variante 3



■ Die Vorderseite dieses Hauses soll außen verputzt werden. Berechne möglichst genau die zu verputzende Fläche!

■ Die Vorderseite dieses Hauses soll außen verputzt werden. Berechne möglichst genau die zu verputzende Fläche!

■ In der Zeichnung ist die Vorderseite eines Hauses zu sehen. Die weißen Rechtecke stellen die Fenster dar. Sie haben eine Höhe von 1,30 m. Die grau schraffierten Flächen sollen verputzt werden. Berechne möglichst genau diese Fläche.

Weitere Ergebnisse

- Schulformunterschiede bei der Art des Modellierens auch abhängig von der Aufgabe (Anstieg Maßstab in RS u. HS bei Variante 2)
- Alle Schüler fanden die Modellierungsaufgabe (Variante 1) am interessantesten, die beiden anderen Aufgaben etwa gleich interessant, und die eingekleidete Aufgabe am leichtesten.
- Modellierungsaufgaben (Variante 1) kommen fast gar nicht im Unterricht vor (7%)



Modellieren und Beliefs

- Beliefs von Lernenden
 - Schüler/innen mit schema- oder formalismusorientiertem Weltbild lehnen Modellierungsbeispiele ab (Maaß 2005)
 - Durchgeführte Modellierungen verändern die Meinung zur Mathematik deutlich positiv (Galbraith & Clatworthy 1990)
- Beliefs von Lehrenden
 - Anwendungsorientierung (nur) zur Motivation (Förster 2002)
 - Schulformabhängigkeit: HS stärker als RS, GY (Grigutsch 1998)

Ergebnisse auch in rein mathematischen Aufgaben besser (Gialamas 1999)



Konzepte für den Unterricht

Kompetenz Modellieren

Teilkompetenz Validieren

Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation



Sind 12 m^2 Außenputz für die Vorderseite realistisch? Das wären 3 m mal 4 m ?

Teilkompetenzen	Indikatoren
Vereinfachen	<i>Die Schülerinnen und Schüler trennen wichtige und unwichtige Informationen einer Realsituation.</i>
Mathematisieren	<i>Die Schülerinnen und Schüler übersetzen Realsituationen in Mathematische Modelle (z. B. Term, Gleichung, Figur, Diagramm, Funktion)</i>
Rechnen	<i>Die Schülerinnen und Schüler arbeiten mit dem mathematischen Modell.</i>
Validieren I	<i>Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die im Modell gewonnenen Informationen an der Realsituation.</i>
Beurteilen	Die Schülerinnen und Schüler beurteilen kritisch das verwendete mathematische Modell.
Validieren II	<i>Sie vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation.</i>
Realisieren	<i>Die Schülerinnen und Schüler ordnen einem mathematischen Modell eine passende Realsituation zu bzw. finden zu einem mathematischen Modell eine passende Realsituation.</i>



Modellierungs- aufgabe Wasserturm

- Diskutiere die Angaben auf der Tafel vor dem Wasserturm auf Norderney!

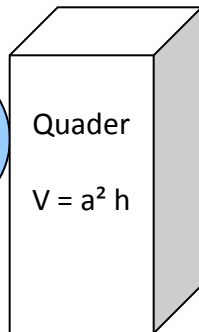


Diagnoseaufgabe zum Validieren

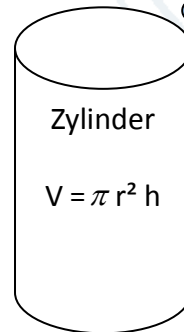


Anna und Paul haben den Wasserbehälter im Wasserturm unterschiedlich modelliert. Anna: „Mein Modell ist besser, denn meine Zahlen passen besser als Pauls!“ Überprüfe und nimm Stellung.

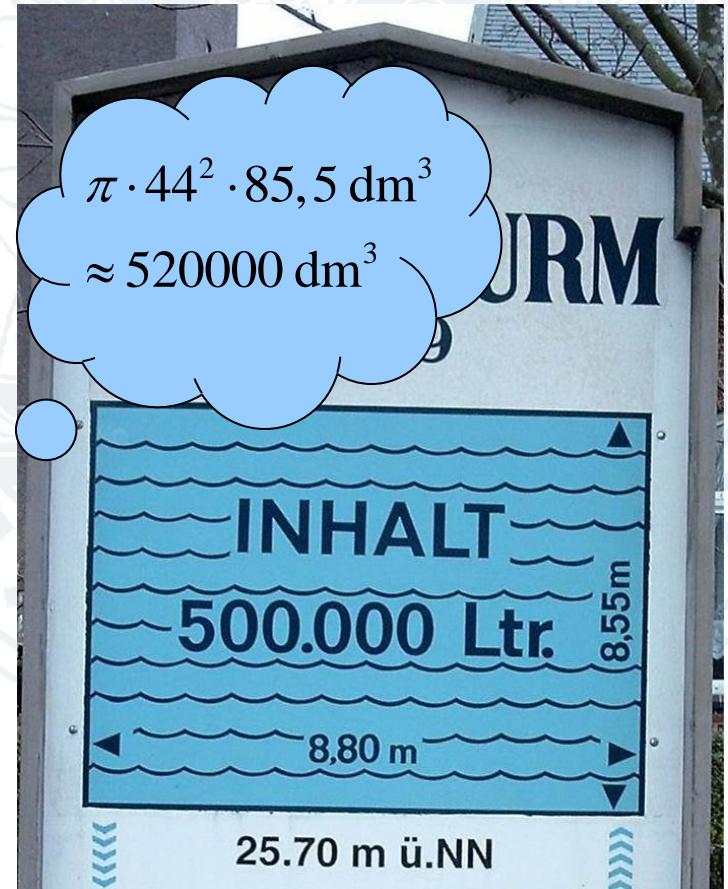
$$88 \cdot 88 \cdot 85,5 \text{ dm}^3 \\ \approx 660000 \text{ dm}^3$$



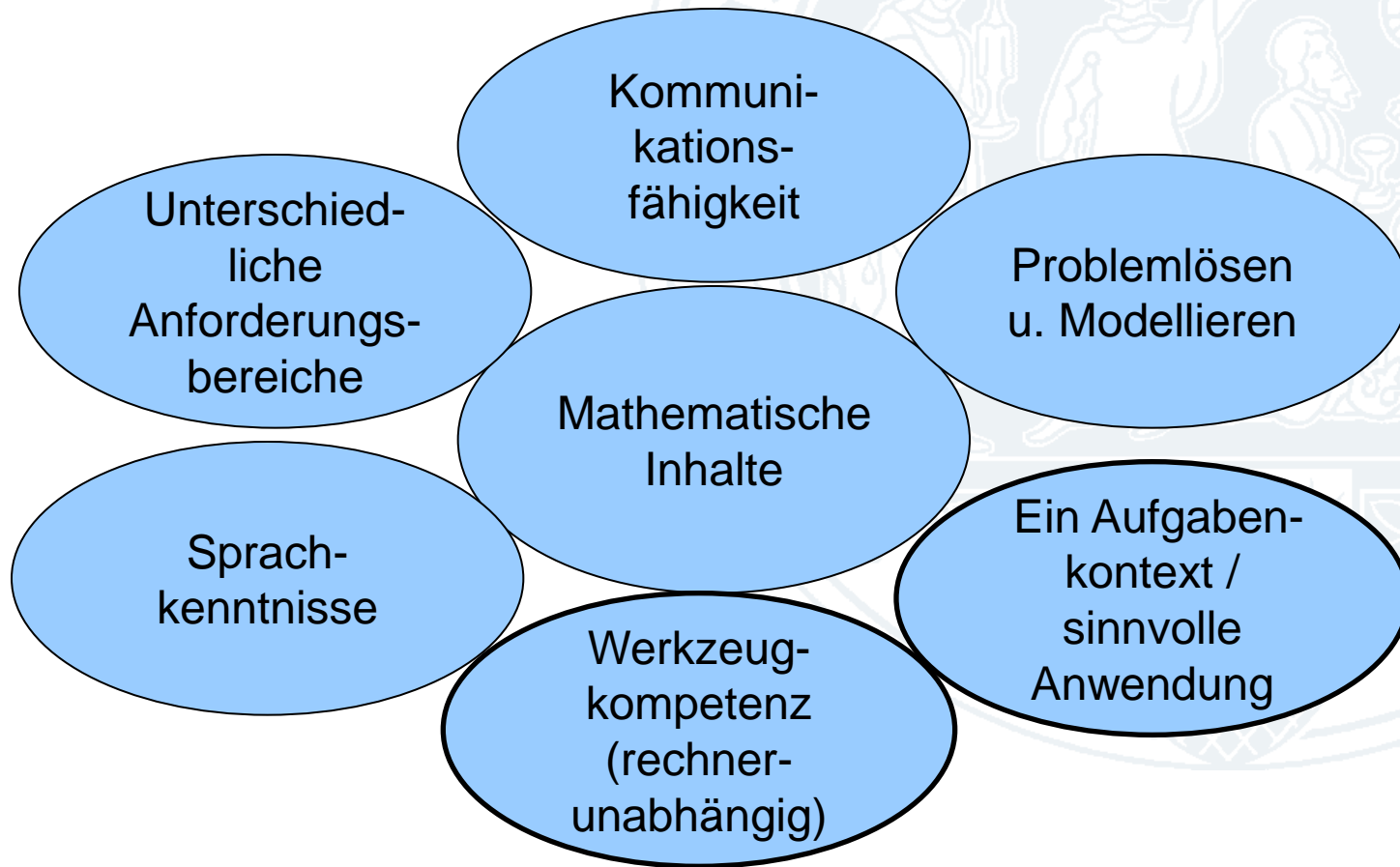
Pauls Modell



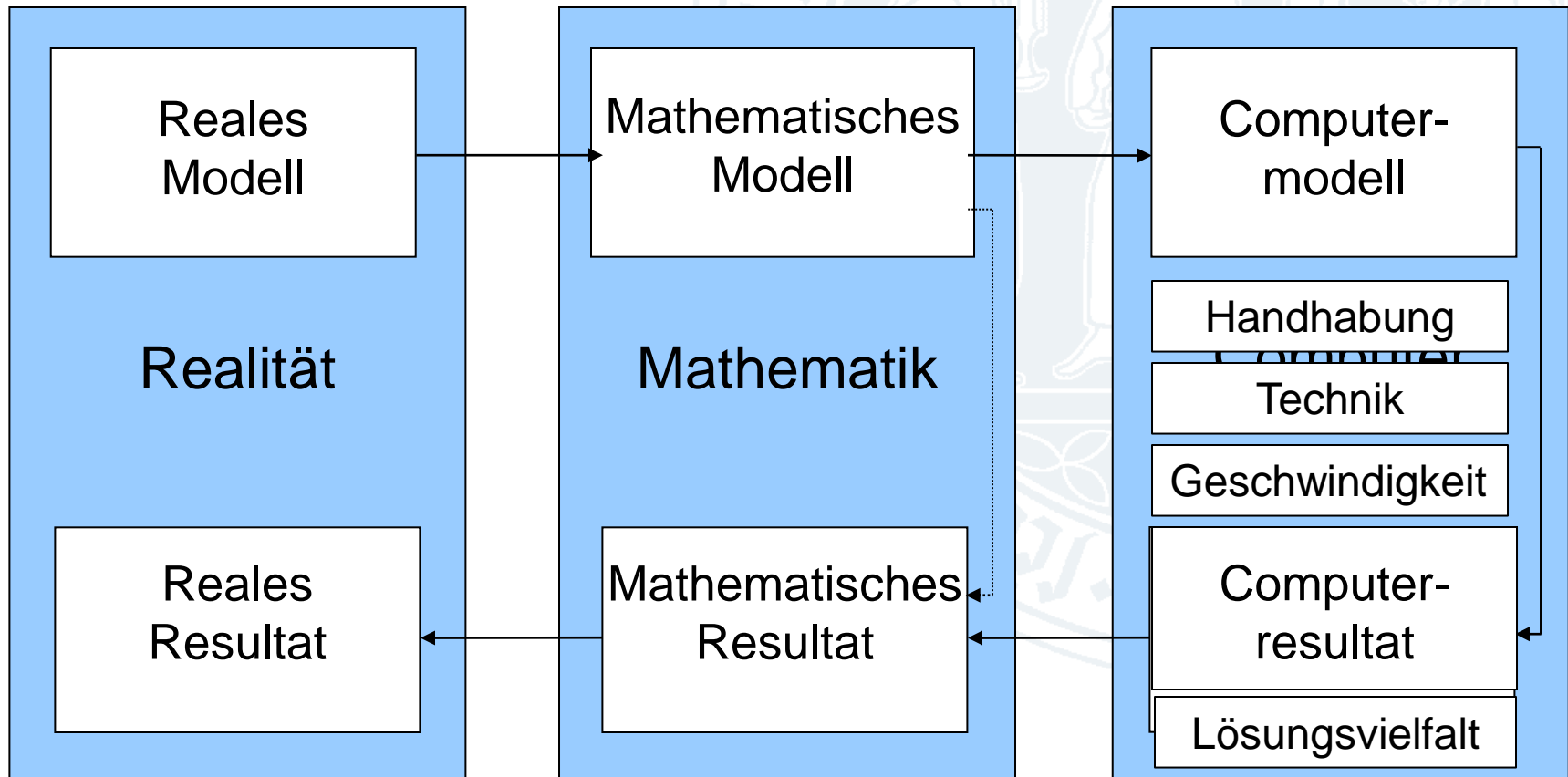
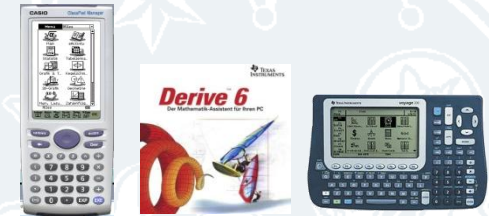
Annas Modell



(Zentrale) Prüfungsaufgaben



Übersetzungsprozesse



Beispiel: Analysisunterricht

	kalkül-orientiert	verständnis-orientiert
innermathe-matisch	?	OK
anwendungs-orientiert	OK	OK



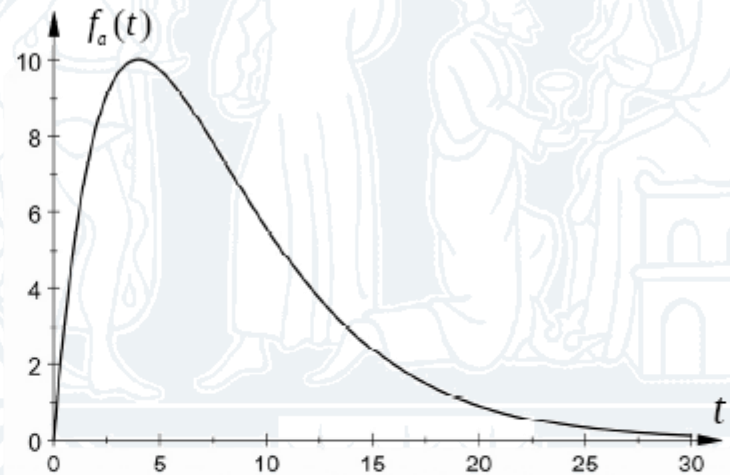
Und die Prüfungen?

Aufgabenstellung:

Ein Pharmaunternehmen produziert ein Antibiotikum in unterschiedlichen Wirkstoffdosierungen, das in Tablettenform verabreicht wird. Der zeitliche Verlauf der Wirkstoffkonzentration im Blut eines Patienten nach Einnahme einer Tablette kann näherungsweise durch die Funktionenschar

$$f_a(t) = a \cdot t \cdot e^{-0.25t}, \quad t \geq 0, \quad a > 0,$$

beschrieben werden. Dabei wird die Zeit t in Stunden seit der Einnahme und die Wirkstoffkonzentration $f_a(t)$ im Blut in Milligramm pro Liter (mg/l) gemessen; die Höhe der Wirkstoffdosierung wird durch den Parameter a berücksichtigt. Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion der Funktionenschar.



Und die Prüfungen?

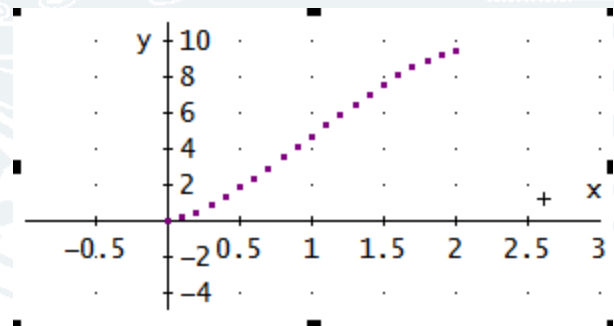
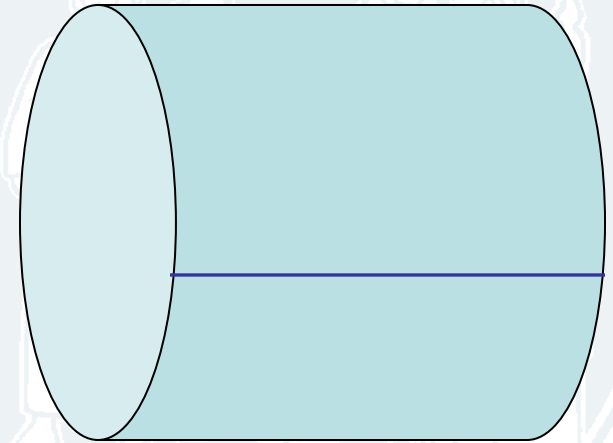
	Grundkurs	Leistungskurs
Ohne CAS	$f(x) = 8 \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t}$	$f(x) = a \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t}$
Mit CAS	$f(x) = a \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t}$	$f(x) = a \cdot t \cdot e^{-b \cdot t}$

- Veränderungen (fast nur) in der Funktionsgleichung
- Kein vielfältiger Computereinsatz (*berechnen*)
- Weder richtig anwendungs- noch verständnisorientiert



Wie könnte man es machen?

- Mit Experiment oder Berechnung einzelner Daten
- Zwischenwerte bestimmen
- Deskriptive und explikative Modelle
- Experimentieren, visualisieren, algebraisieren, kontrollieren
- Diskrete und kontinuierliche Sicht
- Qualitative und quantitative Überlegungen



Volumen in Abh. von der Höhe

Konzepte für Unterricht und Prüfungen

- Digitale Werkzeuge zum entdecken und explorieren:
 - Einsatz im Unterricht sinnvoll bis unabdingbar
 - Einsatz in der Prüfung nicht immer notwendig
 - Wenn, dann vielfältig einsetzen
- Sachkontexte nur sinnvoll, wenn sie authentischen Mathematikgebrauch darstellen:
 - Ehrlicher Umgang mit Anwendungen
 - Stärkere Trennung von Kalkül und Modellierung in Prüfungen



Mathematik ist spannend und nützlich



Der Werth einer mathematischen Disciplin ist nach ihrer Anwendbarkeit auf empirische Wissenschaften zu schätzen.

C. RUNGE.

Doctorthese Berlin 23. VI. 1880.



Der Werth einer mathematischen Disciplin kann nicht nach ihrer Anwendbarkeit auf empirische Wissenschaften bemessen werden.

F. RUDIO.

Doctorthese Berlin 23. VI. 1880.

